جـــامـعـــة الـــشـرق الأوسـط
MIDDLE EAST UNIVERSITY
Amman - Jordan

أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا

The Effect of the Using of GeoGebra Software in the Development of Mathematical Proof among the Students of the Basic Tenth Grade in Madaba Governorate

إعداد

شادي سليمان الحوراني

إشراف

الدكتورة تغريد موسى المومني

قدمت هذه الرسالة استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة الماجستير في التربية

تخصص المناهج وطرق التدريس

قسم الادارة والمناهج

كلية العلوم التربوية

جامعة الشرق الأوسط

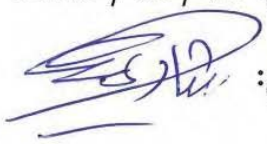
حزيران، 2019

تـفـويــض

أنا **شادي سليمان الحوراني**، أفوض جامعة الشرق الأوسط بتزويد نسخ من رسالتي ورقيًا وإلكترونيًا للمكتبات، والمنظمات، والهيئات والمؤسسات المعنيّة بالأبحاث والدراسات العلمية عند طلبها.

الاسم: شادي سليمان الحوراني

التاريخ: 15 / 06 / 2019.

التوقيع: 

قرار لجنة المناقشة

نوقشت هذه الرسالة وعنوانها

أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلاب الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا

واجيزت بتاريخ 15 / 6 /2019

أعضاء لجنة المناقشة :

الاسم	الصفة	جهة العمل	التوقيع
د. تغريد موسى المومني	مشـــــــــــرفا	جامعة الشرق الاوسط	..... د. تغريد المومني
د. فواز حســـن شحاده	رئيسا وعضوا داخليا	جامعة الشرق الاوسط	.....
د. زياد محمد النمراوي	عضـــــــوا خارجيا	جامعة الزيتـــــــونة	.....

الشكر والتقدير

الحمد لله تعالى حتى يبلغ الحمد منتهاه، المستحق الثناء، لسعة كرمه ومدى توفيقه وعظيم رضاه، المسير للأحوال والموفّق للأمور، الآمر بالعلم والناهي عن الجهل، والصلاة والسلام على سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم خير الانبياء والمرسلين، وعلى آله وصحبه ومن تبعه أجمعين.

أتوجه بجزيل الشكر وعظيم الامتنان **للدكتورة تغريد المومني** لإشرافها على هذه الرسالة، ومتابعتها وتسييرها لإنجاز هذا العمل، وأتوجه بالشكر أيضاً لأعضاء لجنة المناقشة، لما تحمّلوه من أعباء المناقشة، كذلك أتوجه بالشكر إلى أعضاء هيئة التدريس في جامعة الشرق الأوسط، لما قدموه من رعاية واهتمام.

الباحث

شادي سليمان الحوراني

الإهـــداء

إلى والدتي حفظها الله

إلى كياني ومملكتي الخاصة... زوجتي وابنائي

فهرس المحتويات

الموضوع **الصفحة**

العنوان ..... أ
التفويض ..... ب
قرار لجنة المناقشة ..... ج
الشكر والتقدير ..... د
الإهداء ..... هـ
قائمة المحتويات ..... و
قائمة الجداول ..... ح
قائمة الأشكال والصور..... ط
قائمة الملحقات ..... ي
الملخص باللغة العربية ..... ك
الملخص باللغة الانجليزية..... ل

الفصل الأول: خلفية الدراسة وأهميتها

المقدمة..... 1
مشكلة الدراسة 3
هدف الدراسة وسؤالها 4
فرضيات الدراسة 4
أهمية الدراسة 4
مصطلحات الدراسة 5
حدود الدراسة 6
محددات الدراسة 7

الفصل الثاني: الأدب النظري والدراسات السابقة

الأدب النظري 8
الدراسات السابقة 26
التعقيب على الدراسات السابقة وموقع الدراسة الحالية منها 30

الفصل الثالث: منهجية الدراسة (الطريقة والإجراءات)

منهج الدراسة 33
مجتمع الدراسة 33

عينة الدراسة 33
أداة الدراسة 34
صدق الأداة 34
ثبات الأداة 37
تصحيح الاختبار 37
متغيرات الدراسة 38
المعالجة الإحصائية 38
إجراءات الدراسة 39

الفصل الرابع: نتائج الدراسة (التحليل الاحصائي واختبار الفرضيات)

نتائج الدراسة 41

الفصل الخامس: مناقشة النتائج والتوصيات

مناقشه النتائج 44
التوصيات 46
قائمة المراجع 47
الملحقات 52

قائمة الجداول

رقم الفصل- رقم الجدول	محتوى الجدول	الصفحة
1-3	معاملات ارتباط فقرات الاختبار بالدرجة الكلية له	35
2-3	معاملات الصعوبة والتمييز لفقرات الاختبار التحصيلي	36
3-3	معاملات الثبات للاختبار	37
4-4	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات الاختبار التحصيلي للمجموعتين التجريبية والضابطة.	41
5-4	نتائج اختبار تحليل التباين المشترك (ANCOVA) لمعرفة دلالة الفروق في درجات الاختبار بين المجموعتين التجريبية والضابطة	42
6-4	المتوسطات الحسابية المعدلة والخطأ المعياري لدرجات الاختبار للمجموعتين التجريبية والضابطة	42

قائمة الأشكال والصور

رقم الفصل– رقم الشكل	المحتوى	الصفحة
1-2	واجهات بعض البرمجيات الرسومية	11
2-2	العلاقة بين الجيوجبرا والبرمجيات الهندسية والجبرية	12
3-2	البرمجيات التعليمية التدريسية	13
4-2	واجهة برمجية الجيوجبرا	17

قائمة الملحقات

الرقم	المحتوى	الصفحة
1	أداه الدراسة بصورتها الاولية	53
2	أداة الدراسة بصورتها النهائية	57
3	أسماء المحكمين	60
4	الخطة التدريسية	61
5	المادة التعليمية	71
6	كتاب البراءه البحثية	98
7	كتاب تسهيل المهمة	99

أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا

إعداد: شادي سليمان الحوراني

إشراف: د. تغريد المومني

الملخص

هدفت الدراسة تعرّف أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا في الفصل الدراسي الثاني (2018–2019). ولتحقيق هدف الدراسة تم استخدام المنهج شبه التجريبي واعداد اختبار تحصيلي، وتكونت عينة الدراسة من (40) طالبا من طلبة الصّف العاشر الأساسي من مدرسة الملك عبدالله الثاني للتميز التابعة لمحافظة مأدبا موزعين بالتساوي على مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة، وأظهرت نتائج الدراسة وجود فرق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في الاختبار التحصيلي للبرهان الرياضي لصالح المجموعة التجريبية. وأوصت الدراسة بتوفير برمجيات حاسوبية تعليمية متنوعة لتدريس الرياضيات في جميع المراحلّ الدراسية وبالأخص برمجيّة جيوجبرا(GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي، وتدريب المشرفين التربويين والمعلمين والطلبه المتخصصين بالرياضيات على برمجية جيوجبرا(GeoGebra) في تدريس الرياضيات.

الكلمات المفتاحية: برمجية جيوجبرا (GeoGebra)، البرهان الرياضي، طلبة الصف العاشر الأساسي.

The Effect of the Using of GeoGebra Software in the Development of Mathematical Proof among the Students of the Basic Tenth Grade in Madaba Governorate

Prepared by:

Shadi Suleiman Al- Hourani

Supervised by:

Dr.Taghreed Almomani

Abstract

The study aimed at finding out the effect of using GeoGebra software in the development of mathematical proof among basic tenth grade students in the Governorate of madaba in the Second Semester (2018-2019). to achieve this objective the quasi-experimental methodology was used and The achievement test was prepared. The sample of the study consisted of (40)students from the basic tenth grade from the King Abdullah II school of excellence for Governorate of Madaba ,The were equally distributed to the two study groups experimental and control groups .The study showed significant difference between the mean scores of the experimental and control groups in the achievement test in favor of the experimental group .The study recommended the introduction of a variety of teaching software for teaching mathematics at all levels, especially the software of GeoGebra for developing mathematical proof ,and the training of educational supervisor, teachers and students specializing in mathematics on the GeoGebra software in the teaching of mathematics .

Keywords: GeoGebra software, Mathematical proof, Basic tenth grade students.

الفصل الأول

خلفية الدراسة وأهميتها

المقدمة

يساعد الحاسوب بتقنياته المتعددة في خلق بيئة تعلم فعاله ونشطه مليئة بالتشويق والإثارة، وبعيده عن أجواء الروتين والملل، مما قد يزيد النشاط والحيوية لدى المتعلم، وقد يمكّن المعلم أيضاً من القيام بالعملية التربوية بالأسلوب الشيق الممتع المطلوب، فينعكس إيجابا على المتعلم بالقبول والاستمرارية في التعلم.

وقد نصّت وثيقة المجلس القومي لمعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) عام (2008) على أن مبدأ التكنولوجيا أحد المبادئ الأساسية التي تقوم عليها الرياضيات. فالتكنولوجيا أداة حيوية في تعليم الرياضيات في القرن الحادي والعشرين، ويجب على جميع المدارس التأكد من أن طلبتها لديهم القدرة على استخدام التكنولوجيا. فالمعلّم الفعّال هو الذي يعظّم دور التكنولوجيا في أثناء معالجة الطلبه المعرفة الرياضية، ورفع مستوى قدرتهم الرياضية، فعندما تستخدم التكنولوجيا بصورة جيدة وهادفة، يمكنها أن تحظى بقبول جميع الطلبه أثناء تعلم الرياضيات (NCTM, 2008).

لقد مرّت إسهامات البرمجيات في تعليم الرياضيات وتعلمها على وجه الخصوص بمراحل عدّة؛ بدأت بتوظيف الآلة الحاسبة في إجراء العمليات الحسابية بسرعة ودقة، ثم ابتكار برمجيات عديدة للحاسوب تيسر إجراء العمليات الحسابية المعقدة وتساعد في رسم الاقترانات المختلفة، وتصميم

الأشكال والمجسمات الهندسية، ثم ارتقى إلى توفير بيئات تعليمية تفاعلية تعتمد على تعظيم دور التكنولوجيا في حياة المتعلم داخل وخارج مجتمع المدرسة(Dockery,2006).

وتعد المفاهيم الرياضية ذات أهمية كبيرة عند تعليم وتعلم الرياضيات؛ كونها تزود المتعلم بوسيلة تمكنه أن يساير النمو المعرفي الرياضي. فالمتعلم يستطيع من خلالها استيعاب الحقائق الجديدة، فهي على درجة من المرونة، تسمح باستيعاب حقائق جديدة تنظم إلى تركيبها دون أن يهتز التنظيم المعرفي للمتعلم (عطيف، 2006).

ويعتبر البرهان الرياضي من المواضيع المهمة في الرياضيات، فهو الوسيلة الوحيدة التي يستطيع المرءُ من خلالها أن يقتنع يقينيًا بصدق نظريةٍ ما، ويُسَهّل عملية التواصل بين الأجيال؛ إذ إن الطريقة الاستنتاجية البديهيةُ تقَدِّمُ للأجيال الجديدة فرصَة لإعادة صياغة الحقائق الرياضية السابقة وتطويرها(Senk,2008). ويشير سيد (2006) إن الطلبه لايحبون الرياضيات لما تتطلبه دراستها من براهين، ويعلم المعلمون أن كثيرا من الطلبه يحفظون براهين النظريات، ويرجع هذا إلى أن الطلبه قد تعلموا البرهان الرياضي عن طريق التقليد.

وتعدّ برمجية جيوجبرا (GeoGebra) إحدى الوسائل التكنولوجية التي يمكن استخدامها في تعليم الرياضيات وتعلمها، بحيث يمكن من خلالها رسم النقاط، والمستقيمات، والزوايا المختلفة، والمتجهات وغيرها ويمكن مباشرة إدخال معادلات المستقيمات والاقترانات والإحداثيات، ولهذه البرمجية القدرة على التعامل مع المتغيرات والأرقام، وتعد من البرمجيات المبنية على المعايير العالمية للرياضيّات فهي مصممة بطريقة تمكّن الطالب من تطوير فهم عميق للنظريات والحقائق الرياضيّة من خلال التطبيق العملي، واكتشاف المفاهيم بنفسه واكتسابها (درويش، 2013).

وتساعد برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي والمفاهيم الرياضية لدى الطلبه كونها مصممة بطريقة تمكنهم من تطوير فهم عميق للنظريات والحقائق الرياضية من خلال التطبيق العملي واكتشاف المفاهيم بانفسهم، وتشمل هذه البرمجية كافة المعينات اللازمة لتنمية البراهين الرياضية والتوصل إلى حلول لها بطريقة تفاعلية وشيقة (البلوي، 2014).

وبناءً على ما تقدّم؛ جاءت الدّراسة لتتقصي أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا.

مشكلة الدراسة

تشير معظم الدراسات الدولية الى وجود تدني عام في تحصيل الطلبه في ماده الرياضيات في الدول العربيه، حيث ان من اسباب هذا الضعف قلة استخدام المعلمين للوسائل التعليميه وندرة استخدام التكنولوجيا في العمليه التعليميه (حواس،2006). وتشير فتوح(2008) الى ان المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NTCM) اوصى باتاحه الفرصه امام جميع الطلبه باستخدام التكنولوجيا لنقل المفاهيم الرياضيه من مرحلة الغموض والتعقيد الى المرحلة المحسوسة.

وقد لاحظ الباحث من خلال عمله معلما لمادة الرياضيات وجود بعض القصور في اكتساب بعض المفاهيم الرياضية بصفة عامة والبراهين الرياضية بصفة خاصة؛ فمقرر الرياضيات للصف العاشر يحوي من براهين رياضية ما يستدعي البحث عن حلول لمعالجة ذلك، ولعل أفضل تلك الحلول استخدام برمجيات تقنية تساعد في تنمية فهم الطلبه للبرهان الرياضي ومن هذه البرمجيات برمجية جيوجبرا (GeoGebra) التي يمكن استخدامها في تعليم الرياضيات بشكل عام وفي تنمية فهم الطلبه للبرهان الرياضي بشكل خاص، وبناءًا على ذلك جاءت مشكلة الدراسة للتعرف على أثر

استخدام برمجية جيوجبرا في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا.

هدف الدراسة وسؤالها:

هدفت الدراسة الحالية إلى التعرف على أثر استخدام برمجية جيوجبرا(GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا، وتحاول الدراسة الإجابة عن السؤال الرئيسي الآتي: هل يوجد أثر جوهري في استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا مقارنة بالطريقه الاعتياديه؟

فرضيات الدراسة:

للاجابة عن سؤال الدراسة تم اختبار الفرضية التالية:

لا يوجد أثر ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) يعزى لمتغير استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا.

أهمية الدراسة

تأتي أهمية الدراسة الحالية من خلال ما يلي:

- تعدّ هذه الدراسة من الدراسات القليله–في حدود علم الباحث– التي تناولت أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي.
- قد تقدّم إطارا نظريا يستفاد منه في توجيه الاهتمام إلى برمجية جيوجبرا (GeoGebra).

– من المؤمل ان تفيد معلمي الرياضيات في توظيف البرمجيات الحاسوبية في العمليّة التعليميّة مما قد ينعكس إيجاباًعلى أداء الطلبه وتحصيلهم.

– يمكن أن تفتح الباب للمزيد من الدراسات والأبحاث التي تتناول دراسة استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في مواضيع رياضية أخرى.

– قد توفر هذه الدراسة أداة للبحث قد تكون مفيدة للباحثين في هذا المجال.

مصطلحات الدراسة

تعرّف المصطلحات تعريفاً مفاهيمياً واجرائياً على النحو الآتي:

برمجية جيوجبرا: يعرفها كيحر (2018، 18) مفاهمياً بأنها:" برمجية إلكترونية متوفرة على صورة رقمية تساعد المستخدم على رسم النقاط والمستقيمات، والزوايا المختلفة، والمتجهات، ويمكن إدخال معادلات المستقيمات والاقترانات والإحداثيات ولهذه البرمجية القدرة على التعامل مع المتغيرات والأرقام، والمتجهات؛ وتهدف إلى تعميق المفاهيم والحقائق الرياضيّة من خلال التطبيق العملي، وتساعد الطالب على اكتشاف واكتساب المفاهيم بنفسه.

وعرفت جيوجبرا اجرائيا: بأنها برمجيه تتكون من مجموعه من الادوات والتي يستطيع الطالب من خلالها ادخال المعادلات والصيغ الرياضيه. وتقوم البرمجية بتحويل هذه الصيغ الى اشكال ورسومات تتيح للطالب من فهم واكتشاف العلاقات الرياضيه بنفسه، ويستطيع الطالب التحقق من صحة العبارات الرياضيه بشكل عملي تطبيقي، واستخدمت في دعم تعليم وتعلم وحدة الهندسة التحليلة من كتاب الرياضيات للصف العاشر الأساسي.

الاختبار التحصيلي: إجراء منظم لتحديد مقدار ماتعلمه الطلبة في موضوع ما في ضوء الاهداف المحددة ويمكن الاستفادة منه في تحسين اساليب التعلم ويسهم في اجادة التخطيط وضبط التنفيذ وتقويم الإنجاز (Brown,2008).

ويعرف الاختبار التحصيلي اجرائيا: بأنه أداة الدراسة التي أعدها الباحث.

الهندسة التحليلية: عرفها سيد(2006) بأنها فرع من فروع الهندسة يجرى فيها دراسة العلاقات الهندسية بين المنحنيات المختلفة عن طريق علاقات جبرية بين معادلات، تمثل تلك المنحنيات منسوبة الى احداثيات معينة واكتشفها كل من رينيه ديكارت وبيير دي فيرما كل بمعزل عن الاخر.

البرهان الرياضي: يعرفه الخطيب وعبابنه (2011) بأنه:" هو الدليل أو الحجة لبيان صحة عبارة تنتج من صحة عبارات سابقة لها، وهو مجادلة أو عرض للأدلة التي تقنع أو تدفع الشخص إلى قبول صحة قضية معينة، وفي مجال الرياضيات فإن المجادلة الاستنتاجية هي المعيار الذي يتخذه الرياضيون لقبول صحة قضية معينة ".

ويُعرَّف البرهان الرياضي إجرائيا بأنه الدرجة التي حصل عليها أفراد عينة الدراسة عن استجاباتهم عن فقرات أداة الدراسة التي أعدها الباحث.

حدود الدراسة

تتمثل حدود الدراسة الحالية بالآتي:

- **الحدود المكانية:** المدارس الحكومية في محافظة مأدبا.
- **الحدود البشرية:** طلبة الصف العاشر المسجلين في مدرسة الملك عبدالله للتميز في محافظة مأدبا.

- **الحدود الزمانية:** الفصل الدراسي الثاني 2019/2018 .

- **الحدود الموضوعية:** وحدة الهندسة التحليلية في كتاب الرياضيات للصف العاشر للفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي 2018-2019.

محددات الدراسة

تحدد تعميم نتائج الدراسة بدلالات صدق وثبات أداة الدراسة التي تم اعدادها لأغراض الدراسة الحالية، وإن نتائج الدراسة لا تعمم إلا على مجتمع الدراسة الذي سحبت منه العينة والمجتمعات الأخرى المماثلة له.

الفصل الثاني

الأدب النظري والدراسات السابقة

تناول هذا الفصل الأدب النظري ثم تناول الدراسات السابقة المرتبطة بالدراسة الحالية والتعليق عليها وموقع الدراسة الحالية منها على النحو الآتي:

- الأدب النظري

تناول الأدب النظري كل من البرمجيات التعليمية ومراحلها وبرمجية جيوجبرا ومفهومها وأهميتها ومفهوم البراهين الرياضية.

البرمجيات التعليمية

البرمجيات التعليمية هي احدى أهم وأنجع استخدامات الحاسوب في التعليم، ولقد بدأت فكرة البرمجيات التعليمية بتلك الآلة البسيطة التي اخترعها العالم السلوكي سكنر (B.F.Skinner) في منتصف الخمسينات. كانت هذه الآلة عبارة عن "رول" ورقي يقوم المتعلم بتحريك هذا الرول الورقي وفي كل صفحة تعرض الآلة سؤال متعدد الإجابات ويدخل المتعلم إجابته في صفحة تالية ومن ثم تتم عملية تعزيز إجابة المتعلم في صفحة لاحقة. ومنذ ذلك الحين وإلى الوقت الحالي والبرمجيات التعليمية في تطور مستمر (الجاسر،2011).

وقد مرت البرمجيات التعليمه بمراحل متنوعة اذكرها كما وثقتها الدراسات السابقه.

المرحلة الأولى: التدريب والممارسة (Drill and Practice)

استخدم هذا النوع من البرمجيات لكي يوفر للمتعلم بيئة تدريبية لما تم تعلمه في السابق، حيث لا يقوم هذا النوع بتعليم جديد بل يأخذ طابع التدريب والممارسة. ويوفر هذا النوع من البرمجيات بيئة

تدريبية تقيس مهارات تم تعليمها سابقا ويعزز ذلك القياس بتغذية راجعة ومن ثم إعادة للتدريب مرة أخرى للتأكد من سلامة وصحة تلك المهارة التي تم تعلمها. لقد سجل هذا النوع من البرمجيات نجاحا ملموسا في تعلم اللغات الأجنبية ومجالات عدة يُشكل التدريب والممارسة محوراً أساسياً فيها (حواس، 2006).

المرحلة الثانية: التمارين (Tutorials)

يختلف هذا النوع من البرمجيات عن سابقة بأنه يقوم بتعليم جديد لم يسبق للمتعلم أن تعلمها في مرحلة سابقة. وتقوم هذه البرمجيات على فكرة أساسية تعرض فيها المعلومة ومن ثم تقوم هذه البرمجيات بقياس تلك المهارات التي تعلمها الطالب متبوعة بتعزيز مباشر على تلك الإجابة وهكذا (البلوي، 2012).

المرحلة الثالثة: المحاكاة (Simulation)

في هذا النوع من البرمجيات يوضع المتعلم في البيئة التعليمية نفسها التي نريد المتعلم أن يتعلمها. ويعتبر هذا النوع من البرمجيات أنجح البرمجيات التعليمية في تحصيل المتعلم الدراسي حيث إن ذلك الجسر الذي بين المعلومة والمتعلم جسر متين ومباشر، ومن الأمثلة على هذا النوع من البرمجيات التطبيقية ككتب مساندة لتعليم التطبيق أو تلك المعاهد التدريبية التي تُوفّرُ لمنسوبيها حسابًا يستطيعُ المتعلمُ من خلاله الدخول على شبكة الحاسوب والتعلم من خلال محاكاة لتلك الشاشات التي توجد في التطبيق نفسه الذي يسعى المتعلم إلى تعلمه. (كيحر، 2018).

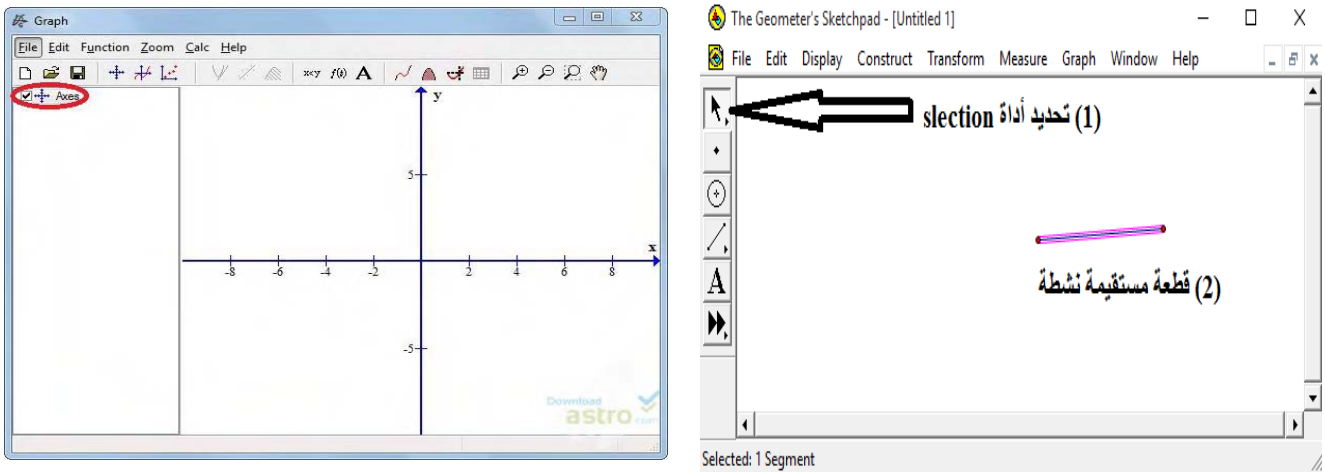
المرحلة الرابعة: الألعاب (Games)

لا يختلف هذا النوع من البرمجيات عن سابقه سوى أنه حينما يوضع المتعلم في نفس البيئة التعليمية التي نريد المتعلم أن يتعلمها يصحبها برمجية ترفيهية تقوم على عنصر المنافسة والتحدي الذي يثير حماسة المتعلم. واستخدم هذا النوع من البرمجيات في تعليم المراحل الدراسية الدنيا لما له من تأثير على تلك المراحل العمرية المبكرة (سرور، 2014).

البرمجيات الرسومية والرياضيات:

البرمجيات الرسومية المستخدمة بواسطة الحاسوب يمكن تنفيذها بصورة أفضل في مجال تعليم الرياضيات وتعلمها حيث يتم استخدامها في الرسومات البيانية والهندسية من خلال الآلات الحاسبة الرسومية أو البرمجيات الحرة المتنوعة.

وفي هذا الصدد يشير سرور (2014) إلى وجود عديد من البرمجيات المتنوعة مثل GeoGebra, Geonext, Gemeter's Sketchpad، ... إلى غير ذلك من البرمجيات الحرة الرسومية كما هي في الشكل (1)، والتي لا يتم إدراجها بشكل رسمي في منهج الرياضيات المدرسي، لكن يمكن الإفادة منها في إتقان محتوى الرياضيات بصورة مباشرة أو بصورة غير مباشرة، وقد توصلت دراسته إلى إن استخدام الطلبه لأدوات التعلم الإلكتروني يساعدهم في تنظيم أفكارهم، وقد استطاع الطلبه من خلال البرمجيات الهندسية الديناميكية استقصاء خصائص المفاهيم الرياضية، وإتقان محتوى الرياضيات، والشكل (1) يبين واجهات بعض البرمجيات الرسومية.



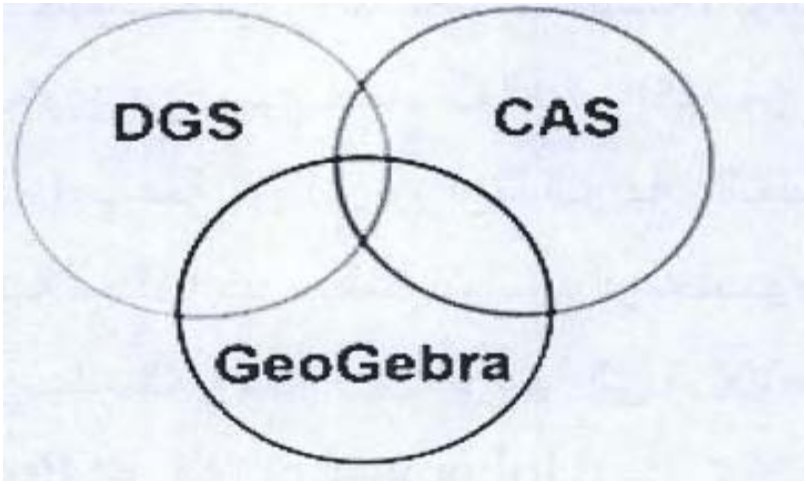
الشكل (1): واجهات بعض البرمجيات الرسومية

وعلى الرغم من أهمية دراسة الهندسة بجميع مراحل التعليم، حيث إنها تهتم بدراسة الأشكال الهندسية وخواصها في المستوى، والمجسمات في الفراغ، والعلاقات بينهما، وتطبيقاتها في الحياة. إلا أنه من الملاحظ أنّ هناك عزوفًا وقصورًا في أداء الطلبه أثناء تعلمهم لموضوعات الهندسة، ويتمثل هذا القصور في الخلط بين المفاهيم الهندسية، وعدم القدرة على التمييز بين الأشكال الهندسية حسب خواصها، وعدم استخدام المفاهيم والتعميمات في حل المشكلات الهندسية، وتدني المهارة في استخدام الأدوات الهندسية عند رسم الأشكال الهندسية، ولعلّ طريقة التدريس المتبعة بالمدارس تعد من أهم أسباب هذه الصعوبات (فتوح، 2008).

ونظراً لما تتمتع به البرمجيات الإلكترونية من خصائص تهتم بدراسة الأشكال الهندسية، فإنها تساعد المتعلم على إدراك المفاهيم وتجسيدها بطريقة محسوسة وربط الأفكار الرياضيّة ببعضها وبناء ثقة المتعلم بنفسه، وتحسين تحصيل الطالب وتنمية قدرته على تعلّم الرياضيّات. وقد أشارت الدراسات والبحوث إلى فاعلية استخدام كل من برمجية الرسم الهندسي (Sketchpad Geometer's (GSP .(Hatfield, Edwards, Bitter, & Morrow, 2000)

وتعتبر برمجية الجيوجبرا (GeoGebra) من البرمجيات الديناميكية الحرة المفتوحة المصدر المتخصصة في الهندسة والجبر، وتستخدم برمجية الجيوجبرا كأداة تعليمية مفتوحة المصدر في تناول المفاهيم الهندسة الحيوية والجبر والتفاضل، كما تساعد جيوجبرا في تعلم الرياضيات لطلبة المدارس الابتدائية وحتى المستوى الجامعي على حد سواء، وذلك بإنشاء صفحات ويب تفاعلية مصممة خصيصا لعمل تمثيلات متعددة (Preiner &Hohenwarter,2007).

وقد أطلق على برمجية الجيوجبرا برمجية الرياضيات الديناميكية (DMS) لكل من علم الهندسة، والجبر، وحساب التفاضل والتكامل؛ لأنها جمعت بين مميزات برمجيات الهندسة الديناميكية (DGS) والذي يدعم الإنشاءات بالنقاط والخطوط والمقاطع المخروطية مثل برمجية كابري الهندسي(Capri Geometry)، وبرمجية دفتر الرسم الهندسي (Geometer's Sketchpad)، وبين مميزات أنظمة الجبر الكمبيوتري (CAS) مثل استخدام الآلات الحاسبة في تخطيط الاقترانات ، وإيجاد الجذر والمشتقات والتكاملات والشكل (2) يوضح العلاقة بين الجيوجبرا والبرمجيات الهندسية والجبرية. (Maanen,2006) ,(Preiner&Hohenwarter ,2007).



الشكل(2): العلاقة بين الجيوجبرا والبرمجيات الهندسية والجبرية

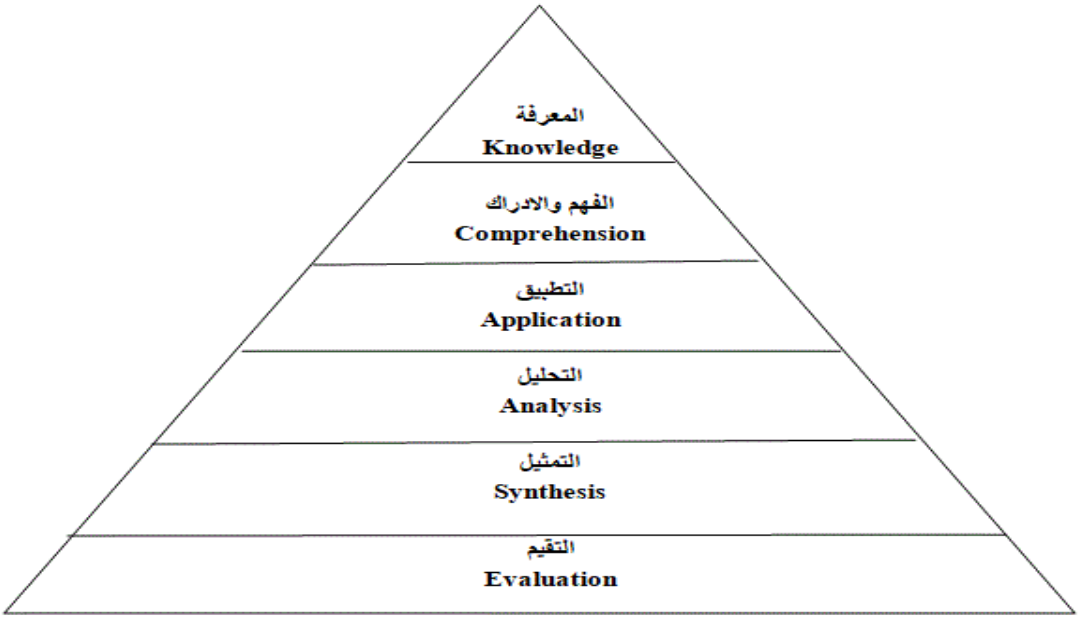
التقسيم التربوي الحديث للبرمجيات التعليمية:

قسمت البرمجيات التعليمية اليوم إلى قسمين أساسيين: (مرسال، 2016)

(Preiner&Hohenwarter ,2007).هما:

1. **البرمجيات التعليمية "التدريسية"** CAL – Computer– Assisted Instruction

الهدف الأساسي من بناء وتفعيل هذا النوع من البرمجيات ليس فقط إيصال معلومة تطبيقية إلى المتعلم وتنتهي كامل العملية التعليمية بإيصال تلك المعلومة التطبيقية إلى المتعلم، بل إن تلك البرمجيات تصمم بطريقة يمتد تأثيرها إلى المتعلم لترقى به إلى مستوى معرفي متقدم أنظر إلى الشكل (3)، فإذا كان الهدف من برمجية تعليمي من هذا النوع من البرمجيات أن يتقن الطالب عملية "الجمع الحسابي" فلن يقتصر تعليم الطالب فقط على معرفة جمع عددين بل سوف يتعداها إلى مرحلة تطبيقية لجمع أي عددين قياساً على ما تم تعلمه في السابق. لذا يُعنى هذا النوع من البرمجيات بمراحل التفكير ومستويات التعلم التي يمر بها المتعلم خلال المرور في مراحل البرمجية التعليمية.



الشكل (3) البرمجيات التعليمية التدريسية

2- البرمجيات التعليمية "التدريبية"CBT – Computer- Based Training

تقوم هذه البرمجيات بتدريب المتعلم على استخدام محدد يتقن المتعلم فيه خطوات تدريبية قد لا تستدعي شيئا من التحليل أو التمثيل أو التقويم أو غيرها من تلك المستويات المعرفية المتقدمة. فمثلا إذا كان الهدف من البرمجيات التدريبية أن يتقن "المتدرب" كيفية استخدام برمجية تحرير النصوص "الوورد – على سبيل المثال". فسوف يتبعُ المتعلمُ عددًا من الخطوات المتلاحقة والتي سوف تضمن له أن ينجز تلك الخطوات بأيسر وأسرع وأتقن الطرق. ولن يستطيع المتدرب أن يتقن استخدام برمجيات تطبيقيه أخرى تسعى لنفس الهدف (تحرير النصوص)، إذا كان ذلك الإصدار من إنتاج شركات أخرى مختلفة. لذا يسعي التربويون أن يكون تصميم تلك البرمجيات بطريقة مرنة تسمح للمدرب أو المؤسسة التعليمية بالتعديل والإضافة وإدراج ما يستجد في المحتوى الذي تقوم البرمجية بالتدريب عليه.

ومن أبرز نتائج الدراسات التربوية التي استهدفت تلك البرمجيات يمكن إجمالها على النحو التالي: (عنبوسي وظاهر وبياعة، 2012).

أ . نتائج الطالب:

- زيادة الأداء خاصة عند وجود تقنية متعددة وتفاعلية.
- تحسين الاتجاهات وزيادة الثقة بالذات خاصة لدى الطلبه الذين يعانون من مخاطر.
- توفير فرص تعليمية متميزة لم تكن متاحة من قبل.

ب. نتائج المعلم:

- التحول من الاتجاه التقليدي المباشر إلى الاتجاه القائم على الطالب عند التعليم.
- زيادة التركيز على برمجيات التعلم الفردي.
- زيادة مراجعة وإعادة التفكير في النضج واستراتيجيات التعليم.

برمجية جيو جبرا(GeoGebra)

برمجية جيوجبرا (Geogebr) هي برمجية حاسوبية حديثة تفاعلية تهدف إلى مساعدة الطلبه من جيل 10 حتى 18 ومعلميهم في صف الرياضيات، ويمكن استعمالها بالتأكيد ما قبل وما بعد ذلك، من خلال جيوجبرا يمكن الدمج بسهولة بين الهندسة والجبر مما يجعل جيوجبرا منصة ملائمة للربط بين هذين الموضوعين الرياضيين المهمين، وفي نفس الوقت منصة للربط بين المرئي والرمزي، وهما جانبان رياضيان مهمان ويساهمان في توصل طالب الرياضيات إلى فهم عميق للعناصر والعمليات الرياضية. وإمكانية هذه البرمجية ربط مواضيع رياضية ومواضيع هندسية تجعلها أداة ممكنة لتعميق معرفة الطلبه الرياضية(مرسال,2016).

مفهوم الجيوجبرا(GeoGebra):

الجيوجبرا(GeoGebra) هي برمجية حاسوبية مكونة من مجموعة من الادوات التي تسهم في اكساب الطالب المهارات الرياضية، وتشمل البرمجية كافة المعينات اللازمة لجعل عملية التعلم سهلة وشيقة، وهي برمجية مبنية على المعايير العالمية للرياضيات. تدعم المنهج المعتمد من وزارة التربية والتعليم وليس بديلاً عنه وهي مصممة بطريقة تمكن الطالب من تطوير فهم عميق للنظريات والحقائق الرياضية من خلال التطبيق العملي واكتشاف المفاهيم بنفسه (البلوي، 2012).

ويعرفها غندورة (2000) بأنها برمجية مبنية على المعايير العالمية للرياضيات داعمة للمنهج المعتمد من وزارة التربية والتعليم وليست بديلاً عنه، ومصممة بطريقة تمكن الطالب من تطوير فهم عميق للنظريات والحقائق الرياضية من خلال التطبيق العملي، واكتشاف المفاهيم بنفسه، وهي عبارة عن مجموعة من الأدوات التي تسهم في إكساب الطالب المهارات الرياضية. وتشمل البرمجية كافة

المعينات اللازمة لجعل عملية التعلم سهلة وشيقة بحيث يبني الطالب باستمرار علي تعلمه السابق، وهذا يتوافق تماماً مع المنحى البنائى للتعلم.

ويذكر الرجبي (2007، 27) " أن البرمجية حائزة على العديد من الجوائز العالمية من بينها الجائزة الأوربية والأمانية والفرنسية للبرمجيات التعليمة، وهي مبنية على المعايير العالمية للرياضيات."

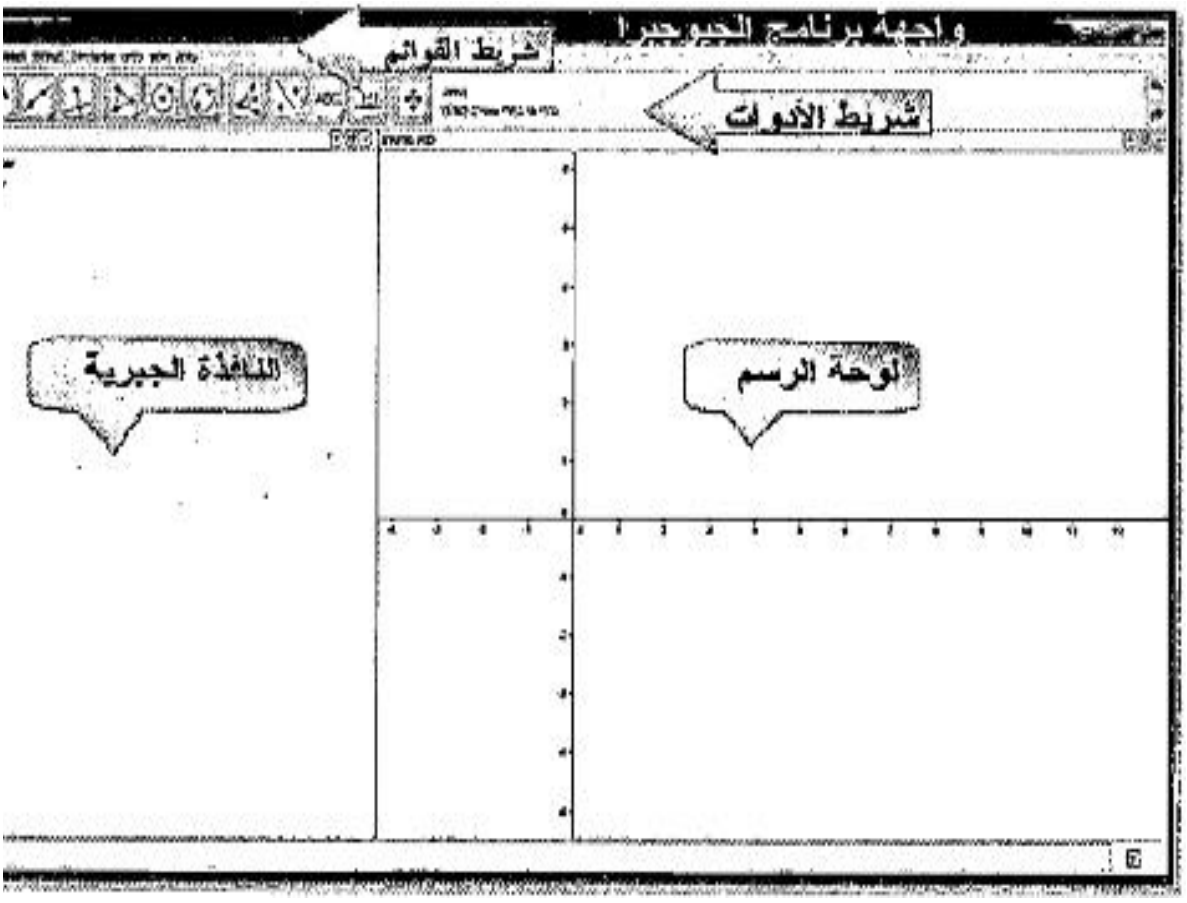
وهي من برمجيات الرياضيات الفعالة، والمتخصصة في الجبر والهندسة والحساب والقياس، طورت لتعليم الرياضيات في المدارس من قبل ماركوس هونوتر من جامعة فلوريدا أتلانتك، وباستعمال هذه البرمجية يمكن رسم النقاط، والمستقيمات، والمتجهات وغيرها، ويمكن مباشرة إدخال معادلات المستقيمات والاقترانات والإحداثيات، ولهذه البرمجية القدرة على التعامل مع المتغيرات والأرقام، والمتجهات، وإيجاد المشتقات والتكاملات للاقترانات، وهي برمجية مبنية على المعايير العالمية لتعليم الرياضيات داعمة للمناهج المطورة الحالية. و"الجيوجبرا" تستند على مفهوم علمي يعتمد علي التعلم بالممارسة (Learning by doing) .

فالرياضيات تحتاج إلى كثير من الممارسة لإتقان مهاراتها واستيعاب مفاهيمها والربط بين هذه المهارات والمفاهيم و"الجيوجبرا" تجعل عملية التعلم سهلة وشيقة وتمكن الطالبة من اكتشاف المفاهيم بأنفسهم والوصول لفهم أعمق للنظريات والحقائق الرياضية وإكسابهم المهارات الرياضية وذلك من خلال التطبيق العملي (فتوح،2008).

أهداف برمجية الجيوجبرا (GeoGebra):

تهدف برمجية جيوجبرا إلى مساعدة الطالب على إدراك المفاهيم وتجسيدها بطريقة محسوسة، وربط الأفكار الرياضية ببعضها، وربط الرياضيات بالحياة من خلال توظيفها في مسائل حياتية، وبناء ثقة الطالب بنفسه وبقدرته على تعلم الرياضيات، وتنمية مهارة التعلم الذاتي، وتحسين تحصيل الطالب في الرياضيات، وتنمية مهارات التفكير لديه، وإتاحة الفرصة لكل طالب لإبراز أقصى إمكاناته (أبو ثابت، 2013).

يمكن فتح برمجية الجيوجبرا من خلال النقر المزدوج على أيقونة الجيوجبرا الموجودة على سطح مكتب جهاز الكومبيوتر (اللابتوب) وتتكون واجهة برمجية الجيوجبرا من الشكل (4):



الشكل (4) واجهة برمجية الجيوجبرا

البرمجية مقسمة إلى الأقسام التالية:

- لوحة الرسم: هي اللوحة التي تظهر عليها الأشكال الرياضية والرسم الرياضي ممثلة في المستوى الإحداثي (مجموعة الأعداد الحقيقية × مجموعة الأعداد الحقيقية).
- النافذة الجبرية: هي النافذة التي تظهر فيها كل الإجراءات الرياضية الممثلة على لوحة الرسم أولاً بأول ومن خلالها يمكن تتبع مسار إجراءات ما تم تنفيذه على لوحة الرسم وتغيير بعض الخصائص من خلالها.
- حقل المدخلات (الأوامر): وهو الموضع الذي يمكن فيه كتابة الأوامر الرياضية والمعادلات الخطية ومعادلات الدائرة والإجراءات الرياضية المراد تمثيلها.

إمكانات جيوجبرا العملية:

يمكن النظر لبرمجية جيوجبرا كأداة ذات إمكانيات عملية مختلفة. وخلص الباحث الى ان هناك ثلاث إمكانيات عملية رئيسية لجيوجبرا كبرمجية لتعليم الرياضيات وتعلمها، هي:

– أداة تمثيل وعرض: تمثيل جبري، تمثيل هندسي، تمثيل عددي، تمثيل دينامي وربط بين التمثيلات.

– أداة للنمذجة: أبنية دينامية، وتعلم عن طريق الاكتشاف والتجربة.

– أداة كتابة: بناء ومشاركة في المواد في مجتمع الإنترنت، والبحث العلمي حول التعلم والتعليم باستخدام جيوجبرا.

هذه الإمكانيات تمكن المعلم من تنويع تعليمه وتنويع التمثيلات الرياضية التي يتعرض لها الطلبة، كما تمكن الطالب من مشاركة زملائه في إنتاجه وحل مشاكل رياضية بشكل جماعي (درويش،2013).

ولقد تطرق البلوى (2012) إلى خصائص ومزايا برمجية جيوجيرا(GeoGebra) على النحو التالي:

أنها برمجية رياضيه ديناميكيه صالحه لبرمجيات التعليم في المدارس الإعدادية والثانوية حيث تجمع بين الجبر والهندسة وحساب التفاضل والتكامل، فهي برمجية هندسيه ديناميكية تمكن المتعلم من أن ينشئ النقاط والمتجهات والخطوط والأجزاء المخروطية, وكذلك الاقترانات وتغييرها بعد ذلك بفاعلية، ومن ناحية أخرى يمكن إدخال الإحداثيات والمعادلات مباشرة ولذا فإن جيوجبرا (GeoGebra) لديها القدرة على التعامل مع المتغيرات، والنقاط والمتجهات وإيجاد المشتقات والتكاملات وتوفر أوامر أخرى مثل الجذور والأسس وكذلك تمكن المستخدم من عرض نظام الإحداثيات باستخدام شبكه لتسهيل العمل مع الإحداثيات الصحيحة، إما في المدارس ذات المستوى العالي فيتكون لدى المستخدم القدرة على استخدام المدخلات الجبرية المتقدمة لترشد الطلبة من خلال دراسة الجبر في الرياضيات.

وتتمثل آلية عمل برمجية الجيوجبرا في عمل الطالب بصورة فردية أو يشترك مع زميل له في إنها التدريب الذي يقدمه المعلم، وتقديم المعلم المساعدة عند عدم فهم الطالب للمطلوب ولكنة لا يعطيه الحل، وإذا لم يتمكن الطالب من الوصول للحل، يساعده المعلم ويوجهه إلى تمارين مشابهة أو ذات صلة بالتمرين الذي لم يتمكن من حله، ويتم تصحيح التمارين يومياً وإعادتها للطلاب في اليوم التالي لتصحيح أخطائهم أو حفظها في ملفاتهم في حال عدم وجود أخطاء (أحمد،2001).

البرهان الرياضي

يعد البرهان الرياضي أداة فعالة للممارسة التفكير المنطقي الموضوعي، فهو يعتبر من أهم الأدوات الرياضية التي يمكن استخدامها في خلق المواقف التي تشجع التلاميذ على المبادأة والمشاركة وعمل التخمينات واقتراح الحلول واكتشاف العلاقات (أحمد، 2001). كما أن البرهان يعد محورا

رئيسا في دراسة الرياضيات فهو يؤدي على نتائج منطقية كما أن هذه النتائج نفسها تستخدم لتعزيز وبناء النظريات الرياضية فيما بعد(Tall, 2005). ولذلك فإن تنمية البرهان هدف تربوي رئيسي من أهداف تعليم الرياضيات سواء كان المتعلم يعد للمواطنة الواعية حيث يمثل البرهان أداة التفكير السليم والدقيق أو كان المتعلم يعد لدراسة علمية تخصصية (عبيد والمفتي والقمص، 2000).

إن الوقوف على الأهداف الوجدانية والمعرفية لتدريس البرهان الرياضي من العوامل التي تساعدنا في تخمين القدر المناسب من الاهتمام في مدارسنا (سيد، 2006). فالبرهان قد يساهم في تنمية الشخصية العلمية لدي المتعلمين والتي تتميز بعدم تقبل رأيا إلا إذا أقام الدليل على صحته، ولديه القدرة في التعبير، والتخطيط السليم، والابتعاد عن الارتجال والتخبط مما يمكنه من القدرة على مواجهة المشكلات.

مفهوم البرهان الرياضي

يشغل البرهان حّيّزاً مهمًّاً في الرياضيات، ويمّثل ركنًاً رئيسًاً من عمليات الاستدلال. ونظرًاً للأهمية التي يحظى بها البرهان في مجال الرياضيات، فإن اكتساب الطالب القدرة على إتقان أساليب البرهنة الرياضية بات ضرورة ملّحّة؛ إذ إن الرياضيات التي تعتمد في عرض مادتها على أسسٍ منطقيةٍ فكريٍّةٍ، إنما يشّكل فهم أساليب البرهنة الرياضية وتوظيفها عامًلاً مساعدًاً لدى كل من المعّلم والمتعّلم على حد سواء بغية إيجاد الحلول الرياضية بصورة مختصرة وميّسّرة (سرور، 2014).

ويُعرّف البرهان بشكل عام بأنّه تقديم دليل أو بيّنة أو مجموعة أدلّة واضحة لإقناع شخص أو جماعة بقضية معيّنة، وبمعناه الواسع هو "اكتساب يقين مع الاهتمام بقيم الصواب لافتراض ما" (أبو صالح وعابد وخصاونه، 2003) والبرهان – بصفة عامة– هو "أية مناقشة أو تقديمٍ لشواهد تقنع شخصًاً ما بقضية معيّنّة"، أو هو "نوع من المعالجة التي تهدف إلى الإقناع بصحة قضية ما، من

خلال تقديم أدّلة تدعو إلى الاقتناع إلى حد التأّكد من صحة تلك القضية" (عبيد وآخرون،2000، 129).

ويرى (أحمد، 2001) أن البرهان يمثل معالجة منطقية تتمثل في تتبع من العبارات تستنبط كل واحدة منها عن سابقتها استناداً إلى شواهد معترف بصحتها (مثل المسلمات والنظريات والمعطيات)، لذا فيفترض أن ندرب طلبتنا على إدراك تلك الركائز الأساسية التي تقوم عليها تلك المعالجة المنطقية حتى يستطيعوا التعامل مع مسائل البرهان بطريقة صحيحة، ويحاولوا البحث عن تلك العبارات ويرتبوها بشكل منطقي صحيح.

خطوات صياغة البرهان الرياضي:

للبرهان الرياضي ثلاث خطوات رئيسة تتمّثّل في: تحليل المعطيات، وتحديد المطلوب، وإيجاد العلاقة بين المعطيات والمطلوب. والبرهان الرياضي ليس كغيره من البراهين فهو "ديناميكي " (dialectic) أي منطقي يعتمد المناقشة الجدلّيّة الحوارّيّة(Bell, 2006)

وعلى أية حال، فإن "البرهان" ليس مقصوراً على برهنة النظريات والتعميمات الرياضية فحسب، بل هو مفهومٌ أساسٌ في الفكر البشري وفي مجالات الخبرة والتعّلم بصفة عامة، وهو مفهوم جوهري ومركزي في دراسة الرياضيات بصفة خاصة (عبيد وآخرون، 2000).

وظائف البرهان الرياضي

حّدّد نث(Knuth) وظائف البرهان في: التأكد من صحة عبارة معطاة، وتوضيح سبب صحة العبارة، والتواصل عبر المعرفة الرياضية، والكشف عن رياضيات جديدة والإبداع فيها، ووضع العبارات في نظام بديهي.(Knuth, 2002)

تصنيفات البراهين الرياضية وأنواعها

تتعدد تصنيفات البراهين الرياضية وأنواعها، كما تتعّدد طرائقه واستراتيجياته، فهناك تصنيف "ويتمان ومولر" الذي يميّز بين ثلاثة أنواع رئيسة من البراهين وهي البرهان الاستدلالي الشكلي، والبرهان التجريبي، والبرهان التوضيحي لمحتوى المادة ، أو تصنيفات البرهان المباشر وغير المباشر(عبيد وآخرون، 2000). أو التصنيفات القائمة على طبيعة الاستدلال أو غيرها من أنواع البراهين وطرائقه (Hanna, 2008)

وعلى الرغم من تنوّع الطرائق والاستراتيجيات والأهمية التي يحظى بها البرهان الرياضي، إلّاّ أن الطلبة لا يزالون يعانون من صعوبة في فهمه وتطبيقه، وهو ما قد يؤثر سلباً على قدرتهم في تحديد أهداف البرهان الرياضي ووظائفه(Varghese, 2009). ولعلّ هذه الصعوبة في استيعاب البرهان الرياضي والقصور في فهم معانيه قد يكون مرّدها "التدريس الاعتيادي الذي لا يفلح في الوصول بالطلبة إلى المعنى التعليمي المعرفي للبرهان الرياضي(Brown, 2008, 85) "، الأمر الذي يستدعي "البحث في طرائق وأساليب أكثر دلالة ومعنى في تدريسه)" أو ما يدعو إلى تحّرّي "استراتيجيات أكثر فاعلية في تعزيز القدرة لدى الطلبة على "البرهنة الرياضية (Ball,Hoyles, Jahnke, Hadar,2002,2) .

و"البرهان بدون كلمات" هو مجموعة الصور أو الرسوم البيانية والتخطيطية التي تساعد الطالب على التعّرّف على سبب صحة عبارة ما، وكيف يمكن السير في خطوات برهنة صحة هذه العبارة، أو هو ما يمكن تعريفه بأنه "البرهان الذي يعتمد العناصر البصرية، ودون أية تعليقات تتبعها " (Barile, 2011, 1).

ويمكن الاعتماد على مجموعة من المعايير لاكتساب اليقين كالخبرة الشخصية، وحكم الجهة الرسمية أو حكم النص، والاستدلال الاستقرائي، والاستدلال الاستنتاجي، ومنهج البحث العلمي (ياسين، 2004). وتعتبر المعايير الثلاثة الأولى منقوصة الموثوقية. أما الاستدلال الاستنتاجي وهو التوصل إلى صحة قضية جزئية من قضية كبرى أساسية ثبتت صحتها؛ فهو الأسلوب المقبول في الرياضيات، والنتيجة تكون صحيحة إذا كانت الفروض التي تشتق منها النتائج صحيحة، وهذا ما يُسمّى بمبدأ التضمين العام (إذا كان... فإنّ...). ويُعرّف بل (Bell, 2006: 292) البرهان في الرياضيات بأنّه حجّة أو محاكمة تستوفي شرطين هما: أن تكون كل المعطيات صادقة؛ أي صدق إذا...، وأن تكون الحجة أو المحاكمة صحيحة أو صالحة. ونعني بصدق العبارة بأنّه يمكن وصفها بالصواب أو الخطأ، أما المحاكمة فهي مجموعة من العبارات، وتعني صلاحيتها أن تكون مقبولة من قبل نظام المنطق الرياضي. ويذكر عبيد (عبيد وآخرون، 2000) بأنّ البرهان الرياضي عبارة عن معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتبع من العبارات نستنبط كلاً منها عن سابقاتها استناداً إلى شواهد معترف بصحتها (مثل المسلّمات والنظريات والمعطيات)، مستندين إلى أساليب يقرها المنطق؛ فالبرهان الرياضي يكون صحيحاً إذا وفقط إذا: كانت الاستراتيجية تعتمد على محاكمة منطقية والعبارات المستخدمة مقبولاً بصحتها.

ويتصدر البرهان المباشر والبرهان غير المباشر الاستراتيجيات المستخدمة في مجال البرهان الرياضي، وتتعدد تلك الاستراتيجيات في سياق البرهان المباشر أو غير المباشر ومنها: البرهان على صدق عبارة شرطية أو مبدأ الاستنتاج، المعاكس الإيجابي أو عكس النقيض، مبدأ التعدي أو استخدام سلسلة من العبارات الشرطية، مبدأ الشرط اللازم والكافي، الاستقراء الرياضي، البرهان بالتناقض أو

استخدام مبدأ عدم التعارض (Bell, 2006)؛ (عوض وعلاونه وعزام، 2007)؛ (أبو صالح وآخرون، 2003)؛ (عبيد وآخرون، 2000)

وانطلاقاً ممّا سبق تتعدد وسائل الإقناع؛ فمنها ما يعتمد على شواهد ذاتية كالخبرة الشخصية والمراجع والسلطة، والبعض الآخر على التجريب كما في العلوم الطبيعية، ومنها ما يقوم على معايير ذهنية كما في الفلسفة والرياضيات. ومن هنا يعتبر البرهان الرياضي أكثر تشدداً ودقة في الإقناع.

كما يمكن الإشارة إلى أنّ أساليب الإقناع للقضايا الرياضية متنوعة، لكنها لا تسمو إلى مستوى البرهان واليقين. ومن بينها الإقناع البصري الذي يستخدم بكثرة في مرحلة التعليم الأساسي، والإقناع بالعمل؛ إذ يعتمد على القياس واستخدام الأدوات الهندسية في معمل الرياضيات، والإقناع القياسي (English, 2009)ويتضمن إقناع الطلبة بصحة قضية رياضية قياساً على صحة قضية مشابهة سبق له أن تعرض لها، ثم الإقناع بالتعميم.

وقد تصدّر البرهان وثيقة مبادئ مناهج الرياضيات المدرسية ومعاييرها الصادرة عام 2000 عن المجلس الوطني لمعلّمي الرياضيات في الولايات المتحدة كأحد معايير العمليات في الرياضيات إلى جانب معايير الربط والاتصال وحل المسألة والتمثيل. ويتطلب معيار التبرير والبرهان إدراك أهمية البرهان كمظهر أساسي في تعليم وتعلّم الرياضيات، واختيار أشكال التبرير المختلفة وطرق البرهان المناسبة .(NCTM, 2008) كما أورد أبو صالح وآخرون (2003) أنّ التبرير والبرهان في الرياضيات يحمل مظاهر التعلّم الآتية لدى الطلبة:

- إعطاء دليل على صحة إجاباتهم.
- تقديم تبرير لخطوات حل مسألة رياضية ما.
- استخدام التعريفات والعلاقات الرياضية لتبرير فعل رياضي ما.

-استخدام نتائج منطقية من معطيات محدّدة.

-تقديم أدلّة على خطأ علاقة غير صحيحة.

-تقييم طريقة التفكير.

إنّ التوصية وتأكيد معيار التبرير والبرهان ضمن معايير مناهج الرياضيات ومعايير أداء الطلبة على المستوى العالمي يضع معلّمي ومعلمات الرياضيات أمام تحدٍ كبير داخل الغرفة الصفية في أثناء تعليم البرهان، وخاصة من جراء الصعوبة التي يواجهها الطلبة في هذا المجال (Knuth, 2002).

كما يتطلب من المعلمين مزيداً من الوعي لدور البرهان وأهميته في تنمية مظاهر التفكير المختلفة في الرياضيات كالاستقراء والاستنتاج والتعميم والتجريد والترميز، وفهم الاستراتيجيات المختلفة للبرهان، والتعامل مع المحاكمات المنطقية في الرياضيات وفكرة التناقض والمثال المعاكس والمعاكس الإيجابي. ويعدّ اكتساب المعلّمين للمعرفة الرياضية، وتكوين معتقدات صحيحة إيجابية نحو تعليم وتعلّم الرياضيات أساساً في لعب هذا الدور ومجابهة التحدي.

الدراسات السابقة ذات الصلة

يتضمن هذا الجزء عرضًا للدراسات السابقة ذات الصلة بموضوع الدراسة، ومن هذه الدراسات دراسة عطيف (2006) التي هدفت إلى تعرف فاعلية برنامج حاسوبي مقترح في تنمية مهارات تحليل العبارات الجبريّة لدى طلبة الصّف الثالث المتوسط بمنطقة جازان بالسعودية. تكونت العينة من (73) طالباً من طلبة الصّف الثالث المتوسط من مدرستين بمنطقة جازان بطريقة قصديه وزعوا على مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة. واستخدمت الدراسة البحث شبه التجريبي وأظهرت النتائج اتصاف البرمجية الحاسوبية المقترحة بقدر ملائم من الفاعلية في تنمية مهارات تحليل العبارات الجبريّة لدى طلبة المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة بنتاس وكاملي (Bintas & Camli, 2009) تعرف أثر التدريس بمساعدة الحاسوب على نجاح الطلبه في حلّ مسائل رياضية في مفهومي المضاعف المشترك الأصغر والعامل المشترك الأكبر لدى طلبة الصّف السادس في إقليم أزمير في تركيا. وتكونت عينة الدّراسة من (102) طالباً قسموا إلى مجموعتين: الاولى تجريبية درست وحدة نظرية الأعداد باستخدام برمجية حاسوبي تم تطويرها وفق برمجيّة (Flash)، والثانية ضابطة درست الوحدة نفسها بالطريقة الاعتيادية واستخدمت الدراسة البحث شبه التجريبي وبينت النتائج تفوق طلبة المجموعة التجريبية على زملائهم في المجموعة الضابطة في حلّ مسائل رياضية في مفهومي المضاعف المشترك الأصغر والعامل المشترك الأكبر.

وتناولت دراسة درويش (2013) تعرف أثر استخدام برمجيّة جيوجبرا (GeoGebra) في استيعاب المفاهيم الجبريّة وعمليات التمثيل الرياضي في الأردن، واشتملت عينة الدّراسة من (50) طالبة من الصّف العاشر، موزعين على مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة. واستخدمت الدراسة

البحث شبه التجريبي وأظهرت نتائج الدّراسة وجود فرق جوهري لصالح المجموعة التجريبية في استيعاب المفاهيم الجبرية وعمليات التمثيل الرياضي لصالح المجموعة التجريبية يعزى لاستخدام البرمجيّة.

وجاءت دراسة البلوي (2014) تعرف أثر برنامج تعليمي مستند إلى برمجيّة (GeoGebra) في حلّ المسألة الرياضية وفي الدافعية نحو تعلم الرياضيات لدى طلبة الصّف الأول الثانوي في المملكة العربية السعودية. وتكونت عينة الدّراسة من (64) طالباً قسموا إلى مجموعتين: الاولى تجريبية تم تدريسها باستخدام البرمجية المستند إلى برمجيّة (GeoGebra) ، والثانية ضابطة تم تدريسها بالطريقة الاعتيادية . وطبقت الدّراسة أداتين هما: اختبار حلّ المسألة الرياضية ومقياس الدافعية نحو تعلم الرياضيات، وأظهرت نتائج الدّراسة وجود فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية في حلّ المسألة الرياضية وفي الدافعية نحو الرياضيات تعزى لاستخدام البرمجية.

وسعت دراسة مرسال(2016) إلى تصميم عدد من الأنشطة الإثرائية في ضوء إحدى برمجيات الرياضيات التفاعلية "برمجية جيوجبرا" واستخدامها في إكساب طلبة الصف السادس الابتدائي المعرفة الرياضية والمفاهيم الإجرائية في الجزائر. وقد استُخدم التصميم شبه التجريبي ذي المجموعتين الضابطة والتجريبية، وتم اختيار (57) طالبا عينه للمجموعه التجريبية، في حين مثلت المجموعة الضابطة (54) طالبا، واستغرقت تجربة البحث ثلاثة أسابيع دراسية. وقد أشارت نتائج الدراسة وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار المعرفة الرياضية المفاهمية والاجرائية لصالح طلبة المجموعة التجريبية، وإلى فاعلية الأنشطة الإثرائية المصممة في ضوء برمجية " جيوجبرا" في إكساب طلبة المجموعة التجريبية المعرفة الرياضية، فضلا عن إكسابهم تصورات إيجابية حول البرمجية.

و هدفت دراسة كيحر (2018) للتعرف على أثر استخدام برمجية (GeoGebra) في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير البصري وحل المشكلة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية في الجزائر. وتم اختيار عينة مكونة من (66) تلميذاً من تلاميذ الصف الخامس من مدرستي عمروس التجريبية ودراجيل التجريبية.وقد اعتمدت الدراسة المنهج شبه التجريبي لمجموعتي الدراسة (ضابطة وتجريبية)، وذلك لقياس أثر البرمجية، وأسفرت النتائج عن وجود فرق دال إحصائياً لصالح المجموعة التجريبية التي درست باستخدام برمجية جيوجبرا مما يدل على أثر واضح في تنمية مهارات التفكير البصري، وساهمت في تنمية مهارات حل مشكلات الرياضيات.

وهدفت دراسة ساها (Saha, 2010) التعرف الى أثر استخدام برمجية الجيوجبرا في تدريس هندسة الإحداثيات على مجموعة من طلبة المرحلة الثانوية من ذوي المهارات البصرية المكانية العالية والمنخفضة في ألمانيا. تكونت عينة الدراسة من (53) طالباً تم تقسيمهم إلى مجموعتين: الأولى تجريبية ضمت (27) طالباً درست الهندسة باستخدام برمجية الجيوجبرا، والثانية ضابطة تكونت من (26) طالباً تدرس بالطريقة الاعتيادية. كما تم تقسيم كل مجموعة بناء على اختبار التصور البصري المكاني إلى مجموعتين، إحداهما تحوي ذوي القدرات المكانية العالية والأخرى لذوي القدرات المكانية المنخفضة، وتم إعداد اختبار تحصيلي بعدي وتوصلت نتائج الدراسة إلى وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسطي المجموعتين في الاختبار البعدي لصالح المجموعة التجريبية ، وقد كان حجم التأثير معتدلاً، ولا يوجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي أداء الطلبه بين المجموعة التجريبية ذات القدرات المكانية العالية وأقارنهم بالطريقة الاعتيادية حيث كان حجم التأثير ضعيفاً، و وجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي أداء الطلبه بين المجموعة التجريبية ذات القدرات المكانية المنخفضة وأقرانهم بالطريقة الاعتيادية حيث كان حجم التأثير عالياً.

واستقصت دراسة الجاسر (2011) أثر التدريس باستخدام برمجيات قائمة على برمجية الجيوجبرا على تحصيل طلبة الصف السادس من المرحلة الابتدائية في مادة الرياضيات في المملكة العربية السعودية. وتكونت عينة الدراسة من مجموعتين: الاولى تجريبية وعددها (30) طالبا، والثانية ضابطة وعددها (30) طالبا، ودرست المجموعة التجريبية وحدة الأشكال الهندسية باستخدام برمجيات قائمة على برمجية الجيوجبرا، والمجموعة الضابطة درست بالطريقة الاعتيادية، وقد اعتمدت الدراسة المنهج شبه التجريبي. ثم طبق الباحث الاختبار التحصيلي البعدي المباشر والمؤجل على المجموعتين التجريبية والضابطة وكان من بين نتائج الدراسة وجود فرق ذو دلاله احصائية في الاختبار التحصيلي البعدي بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة ولصالح المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة زنجينا واخرون (Zengin,Furkan & Kutluca,2012) معرفة أثر برمجية الجيوجبرا على تحصيل طلبة الخامس ثانوي في تدريس حساب المثلثات في تركيا، تكونت عينة الدراسة من (51) طالباً، وزعت إلى مجموعتين، الاولى تجريبية مكونة من (25) طالباً درست ببرمجية الجيوجبرا الثانية ضابطة مكونة من(26) طالباً درست بالطريقة الاعتيادية، وقد اعتمدت الدراسة المنهج شبه التجريبي و استمرت التجربة خمسه أسابيع، وأعد اختبار تحصيلي، وكانت النتيجة وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعة التجريبية والضابطة في اختبار التحصيل ولصالح المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسةهاتيكمري وإفندي (Hutkemri & Effandi, 2012) التعرف الى أثر برمجية الجيوجبرا على تحصيل طلبة المرحلة الثانوية في الرياضيات في أندونيسيا، تكونت عينة الدراسة من (284) طالبا وطالبة من مدرستين ثانويتين، قسمت إلى مجموعتين الاولى تجريبيه وعددها(138) درست باستخدام برمجية الجيوجبرا والثانية ضابطه عددها (146) طالباً وطالبة تم تدريسهم بالطريقة

الاعتيادية، وقد اعتمدت الدراسة المنهج شبه التجريبي وأجري اختبار تحصيلي في نهاية التجربة أظهرت النتائج تفوق المجموعة التجريبية على الضابطة في اختبار التحصيل حيث كانت الفروق دالة إحصائيا عند الطلبه والطالبات، ولم تكن الفروق دالة إحصائياً وفق متغير الجنس.

وهدفت دراسة (أبو ثابت، 2013) إلى مقارنة تدريس وحدة الدائرة باستخدام برمجية الجيوجبرا والوسائل التعليمية والطريقة الاعتيادية وأثرهما على التحصيل المباشر والمؤجل لطلبة الصف التاسع الأساسي في محافظة نابلس، وطبقت الدراسة على عينة مكونه من (154) طالبا وزعت إلى مجموعتين، الاولى تجريبية وعددها (75) طالبا والثانية ضابطة وعددها(79) طالبا درست المجموعة التجريبية باستخدام برمجية الجيوجبرا ودرست المجموعة الضابطة بالطريقة الاعتيادية. وقد اعتمدت الدراسة المنهج شبه التجريبي وأجري اختبار تحصيل قبلي، وذلك لغرض قياس التكافؤ بين مجموعتي الدراسة واختبار تحصيل مباشر لقياس تحصيل الطلبة بعد الانتهاء من دراسة وحدة الدائرة، وكان من بين نتائج الدراسة وجود فرق ذي دلالة إحصائية على التحصيل المباشر والمؤجل لصالح المجموعه التجريبيه.

التعقيب على الدراسات السابقة وموقع الدراسة الحالية منها

من خلال الإطلاع على الدراسات السابقة تبين لدى الباحث الملاحظات الآتية:

من حيث الهدف: تشابهت الدراسة الحالية في هدفها مع دراسة كيحر(2018) التي هدفت للتعرف على مستوى تدني تلاميذ المرحلة الابتدائية بالمدارس التجريبية للغات في مهارات التفكير البصري وحل المشكلة رياضيات، ومع دراسة مرسال(2016)التي إلى تصميم عدد من الأنشطة الإثرائية في ضوء إحدى برمجيات الرياضيات التفاعلية "برمجية جيوجبرا" واستخدامها في إكساب

تلاميذ الصف السادس الابتدائي المعرفة الرياضية والمفاهيم الإجرائية في الجزائر، ومع دراسة البلوي (2014) التي هدفت للتعرف على أثر برنامج تعليمي مستند إلى برمجيّة GeoGebra في حلّ المسألة الرياضية وفي الدافعية نحو تعلم الرياضيات لدى طلبة الصّف الأول الثانوي في المملكة العربية السعودية، و مع دراسة درويش (2013) التي هدفت للتعرف على أثر استخدام برمجيّة جيوجبرا GeoGebra في استيعاب المفاهيم الجبريّة وعمليات التمثيل الرياضي

من حيث المنهج المستخدم: تشابهت الدراسة الحالية في المنهج المستخدم وهو المنهج شبه التجريبي مع دراسة عطيف (2006)، ودراسة بنتاس وكاملي (2009)، ودراسة درويش (2013)، ودراسة البلوي (2014)، ودراسة مرسال (2016)، ودراسة كيحر (2018)، ودراسة ساها (Saha,2010) ، ودراسة الجاسر (2011)، ودراسة زنجينا واخرون (Zengin, et. Al. ,2012) ودراسة أبو ثابت (2013).

من حيث أداة الدراسة: تشابهت أداة الدراسة التي استخدمت وهي الاختبار مع دراسة عطيف (2006)، ودراسة بنتاس وكاملي (2009)، ودراسة درويش (2013)، ودراسة البلوي (2014)، ودراسة مرسال (2016)، ودراسة كيحر (2018)، ودراسة ساها(Saha, 2010)، ودراسة الجاسر (2011)، ودراسة زنجينا واخرون (Zengin, et. Al. ,2012) ودراسة أبو ثابت (2013).

من حيث العينة: تشابهت الدراسة الحالية في عينة الدراسة مع دراسة عطيف (2006)، ودراسة بنتاس وكاملي (2009)، ودراسة درويش (2013)، ودراسة البلوي (2014)، ودراسة مرسال (2016)، ودراسة كيحر (2018)، ودراسة ساها (Saha, 2010) ودراسة الجاسر (2011)، ودراسة زنجينا واخرون (Zengin, et. Al., 2012) ودراسة أبو ثابت (2013) حيث تناولت طلبة المدارس.

واختلفت الدراسة الحالية عن الدراسات السابقة من حيث العينة التي تم اختيارها لإجراء هذه الدراسات من حيث الحجم والنوع فمنها ما تناول طلبة في الجزائر مثل دراسة (كيحر، 2018)، و(مرسال، 2016)، أما دراسة (درويش، 2013) فقد اشتملت العينة على محافظة الزرقاء، أما هذه الدراسة فقد اقتصرت على طلبة الصف العاشر في محافظة مأدبا.

استفاد الباحث من الدراسات السابقة في إعداد الأدب النظري واعداد أداة الدراسة وتحديد منهجية الدراسة وفي المعالجة الإحصائية ومناقشة نتائج الدراسة.

وتميزت الدراسة عند الدراسات السابقة في كونها تبحث في أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا.

الفصل الثالث

الطريقة والاجراءات

تضمن هذا الفصل عرضاً لمنهج الدراسة، ومجتمع الدراسة وعينتها، وأداة الدراسة، وكيفية بنائها، والإجراءات التي اتبعها الباحث والأساليب الإحصائية التي استخدمها في معالجة وتحليل البيانات.

منهج الدراسة

نهجت الدّراسة المنهج شبه التجريبي، لبحث أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا.

مجتمع الدراسة

تكون مجتمع الدراسة من جميع طلبة الصف العاشر في مدارس محافظة مأدبا.

عينة الدراسة

تم تعيين شعبتين للصف العلشر كعينة قصدية من أصل أربعه شعب من مدرسه الملك عبدالله الثاني للتميز التابعة لمحافظة مأدبا موزعين بالتساوي على مجموعتي الدراسة، وتم تعيين إحداهما مجموعة تجريبية والأخرى مجموعة ضابطة؛ حيث تم تدريس المجموعة التجريبية باستخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) والضابطة بالطريقة الاعتيادية.

أداة الدراسة

لغايات جمع بيانات الدراسة، تم إعداد أداة الدراسة (الاختبار التحصيلي) من خلال وضع فقرات موضوعية مكونة من أربع بدائل في وحدة الهندسة التحليلية من كتاب الرياضيات للصف العاشر للفصل الثاني هدفت تعرف أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا، بعد الاطلاع على الأدوات المستخدمة في بعض الدراسات السابقة مثل دراسة البلوي (2014) ودراسة درويش (2013).

صدق الأداة (الاختبار التحصيلي)

للتحقق من صدق المحتوى تم إعداد اختبار تحصيلي للتعرف الى أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي وتم تحديد أهداف اختبار أثر استخدام برمجية جيوجبرا(GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي في وحدة الهندسة التحليلية من كتاب الرياضيات للصف العاشر الأساسي، حيث تمّ تحليل أهداف الوحدة إلى أهداف تفصيلية، وإعداد (20) فقرة، وتم بناء جدول مواصفات للاختبار.

ومن ثم تمّ عرض فقرات الاختبار بصورتها الأولية التي تكونت من (20) فقره ملحق(1)، على مجموعة من المحكمين ملحق (3) للتعرف على صحتها، ومدى مطابقتها لأهداف الاختبار من حيث الحذف أو الإضافة أو التعديل، وقد تم الأخذ بالآراء التي أجمع عليها المحكمين وأجريت التعديلات في ضوء ذلك، فأصبح الاختبار في صورته النهائية مكوناً من (16) فقرة ملحق (2).

وللتحقق من صدق الاتساق الداخلي للاختبار تم استخدام معامل ارتباط بيرسون لقياس العلاقة بين كل فقره والدرجة الكلية له، وكانت النتائج كما يلي:

الجدول (1)

معاملات ارتباط فقرات الاختبار بالدرجة الكلية له

رقم الفقره	معامل الارتباط	رقم الفقره	معامل الارتباط
1	**0.722	9	**0.573
2	**0.722	10	**0.539
3	**0.722	11	**0.646
4	**0.722	12	**0.845
5	**0.768	13	**0.734
6	**0.657	14	**0.768
7	**0.722	15	**0.722
8	**0.840	16	**0.535

** دالة احصائيا عند مستوى دلاله 0.05

يتضح من الجدول (1) أن جميع معاملات الارتباط بين كل فقره والدرجة الكلية له كانت موجبة ودالة احصائيا عند مستوى (0.05)، وهذا يدل على أن جميع فقرات الاختبار كانت تقيس الهدف الذي وضعت من أجله.

كما تم حساب معاملات الصعوبه والتميز لمعرفة الفقرات التي تتصف بعدم قدرتها على التمييز بين الطلبه، وكذلك الفقرات التي تتصف بالصعوبة. طُبق الإختبار على عينة استطلاعية مكونه من (20) طالباً من خارج عينة الدراسة، تم حساب معاملات الصعوبة والتمييز لفقرات الاختبار، ويوضح الجدول (2) قيم معاملات الصعوبة والتمييز

الجدول (2)

معاملات الصعوبة والتمييز لفقرات الاختبار التحصيلي

رقم الفقره	الصعوبة	التمييز
1	0.28	0.33
2	0.28	0.56
3	0.24	0.56
4	0.24	0.44
5	0.28	0.56
6	0.24	0.44
7	0.24	0.56
8	0.20	0.56
9	0.24	0.56
10	0.20	0.56
11	0.28	0.38
12	0.24	0.67
13	0.20	0.56
14	0.24	0.56
15	0.28	0.39
16	0.20	0.42

يبين الجدول(2) قيم معاملات الصعوبة والتمييز لكل فقره من فقرات الاختبار التحصيلي، ويتضح من هذه النتائج أن قيم معاملات الصعوبة تراوحت بين (0.20 – 0.28) وجميعها قيم مقبولة حيث يعتبر الفقره مقبولا إذا تراوحت قيمة معامل الصعوبة بين (0.20 – 0.85)، كذلك فقد تراوحت قيم معامل التمييز بين (0.33 – 0.67)، وجميعها قيم مقبولة مما يدل على قبول جميع فقرات الاختبار من حيث معامل التمييز، ويتم هذا الإجراء لتحديد خصائص فقرات الاختبار ومدى تمييزها بين الأفراد ذوي المستوى العالي، والأفراد ذوي المستوى المنخفض، حيث تقبل الفقره إذا لم يقل معامل تميزها عن (0.30). وتعتبر هذه القيم لمعاملات الصعوبة والتمييز مقبولة تربوياً لاستخدام

هذا الاختبار في الدراسة الحالية، وعليه لم تحذف أي فقرة من الاختبار التحصيلي في ضوء معاملات الصعوبة والتمييز.

ثبات الأداة (الاختبار التحصيلي)

للتحقق من ثبات الاختبار التحصيلي تم ايجاد معامل الثبات بطريقة كرونباخ الفا وطريقة التجزئه النصفيه، وكانت النتائج كما يلي:

جدول (3)

معاملات الثبات للاختبار

عدد الفقرات	معامل كرونباخ ألفا	معامل التجزئة النصفية
16	0.865	0.782

يبين الجدول (3) قيم معاملات الثبات بطريقتي كرونباخ الفا والتجزئة النصفية للاختبار، وكانت قيمأ مرتفعة، مما يدل على أن الاختبار يتمتع بقدر مرتفع من الثبات.

الماده التعليميه

تكونت الماده التعليميه من وحده الهندسه التحليليه للصف العاشر الاساسي ملحق (5) وتكونت الخطه التعليميه من استخدام برمجيه جيوجبرا في تطبيق مسائل الوحده التعليميه ملحق (4).

تصحيح الاختبار

تكوّن الاختبار من (16) فقرة، أعطي كل طالب درجة واحدة لكل إجابة صحيحة، فيما أعطي صفر عن كل إجابة خاطئة، وعليه فإن مدى الدرجات التي يمكن الحصول عليها يتراوح من (صفر) إلى (16) درجة.

متغيرات الدراسة:

- **المتغير المستقل:** طريقة التدريس ولها مستويان، هما: طريقة التدريس باستخدام برمجية جيوجبرا(GeoGebra) والطريقة الاعتيادية.
- **المتغير التابع:** تشمل تنمية البرهان الرياضي.

تصميم الدّراسة:

استخدم المنهج شبه التجريبي، وتم اختيار مجموعتين (ضابطة وتجريبية).

واعتمد التصميم الآتي:

EG: O_1 X O_2

CG: O_1 O_2

Time ⟶

حيث إن:

المجموعة التجريبية: EG

المجموعة الضابطة: CG

O_1 الاختبار القبلي التحصيلي في تنمية البرهان الرياضي.

O_2 الاختبار البعدي التحصيلي في تنمية البرهان الرياضي.

X برمجية جيوجبرا(GeoGebra)

المعالجة الإحصائية:

لتحقيق أهداف الدراسة استخدامت برمجية الحزم الإحصائية للعلوم الاجتماعية (SPSS) لتحليل البيانات والحصول على النتائج كما يلي:

- معاملات الصعوبة والتميز للتحقق من قبول فقرات الاختبار.
- معامل ارتباط بيرسون (Pearson Correlation) للتحقق من صدق الاتساق الداخلي للاختبار.
- معامل كرونباخ ألفا (Cronbach's Alpha) ومعامل التجزئة النصفية (Split-Half) للتحقق من الثبات.
- تحليل التباين المشترك (ANCOVA)

إجراءات الدراسة:

لتحقيق أهداف الدّراسة اتبعت الدراسة الإجراءات الآتية:

- الحصول على الموافقات الرسمية اللازمة لتطبيق الدّراسة ملحق(4).

- اختيار أفراد الدّراسة بطريقة قصدية، وتوزيعهم عشوائيا على مجموعتي الدراسة تجريبية وضابطة.

- إعداد أداة الدراسة: إعداد اختبار أثر استخدام برمجية جيوجبرا في تنمية البرهان الرياضي، والتحقق من صدقهما وثباتهما، وحساب معاملات الصعوبة والتمييز للاختبارين لاستبعاد الفقرات غير المناسبة.

- رصد درجات الطلبه في اختبار نهاية الفصل الدراسي السابق في مادة الرياضيات في المجموعتين الضابطة والتجريبية، لأغراض الضبط الإحصائي.

- تجهيز مختبر الحاسوب التابع للمدرسة وتحميل برمجيّة جيوجبرا على الأجهزة.

- تنفيذ المعالجة على المجموعة؛ ودرست المجموعة التجريبية باستخدام برمجيّة جيوجبرا بواقع (5) حصص أسبوعياً.

– بعد الانتهاء من تنفيذ المعالجة التطبيق البعدي لاختبار أثر استخدام برمجية جيوجبرا في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي على مجموعتي الدراسة.

– تصحيح الإجابات، وتفريغها في جداول خاصة بذلك، وإدخال البيانات على الحاسوب ومعالجتها إحصائيا باستخدام (SPSS)، واستخراج النتائج وتفسيرها، وقدمت التوصيات، والمقترحات.

الفصل الرابع

نتائج الدراسة (التحليل الاحصائي واختبار الفرضيات)

النتائج المتعلقة بسؤال الدراسة الذي نص على انه لايوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α=0.05) يعزى لمتغير استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا.

تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات الاختبار للمجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيقين القبلي والبعدي، كما يوضح جدول(4).

جدول (4)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات الاختبار التحصيلي للمجموعتين التجريبية والضابطة.

التطبيق	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة	
	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
القبلي	4.39	0.452	4.25	0.765
البعدي	13.55	1.468	7.20	1.673

يلاحظ من الجدول (4) وجود فروق ظاهرية في درجات الاختبار التحصيلي بين المجموعتين التجريبية والضابطة في الاختبارين القبلي والبعدي، ولمعرفة دلالة هذه الفروق واختبار الفرضية استخدام تحليل التباين المشترك (ANCOVA) والجدول (5) يوضح ذلك.

جدول (5)

نتائج اختبار تحليل التباين المشترك (ANCOVA)

لمعرفة دلالة الفروق في درجات الاختبار بين المجموعتين التجريبية والضابطة

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	متوسط المربعات	قيمة (ف)	مستوى الدلالة	مربع ايتا
القبلي	10.672	1	10.672	4.730	0.036	
الطريقه	382.597	1	382.597	169.578	0.000	0.811
الخطأ	83.478	37	2.256			
الكلي المعدل	4803.000	39				

يلاحظ من الجدول (5) أن مستوى الدلالة للمجموعة بلغت قيمتها (0.000) وهي أقل من (α=0.05) وهذا يعني رفض الفرضية الصفريه، ويدل على وجود فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى أقل من (α=0.05) في درجات الاختبار التحصيلي بين المجموعتين والتجريبية والضابطة، وللتعرف على مصادر الفروق، فقد تم استخراج المتوسطات الحسابية المعدّلة والخطأ المعياري والجدول (6) يوضح ذلك.

جدول (6)

المتوسطات الحسابية المعدلة والخطأ المعياري

لدرجات الاختبار التحصيلي للمجموعتين التجريبية والضابطة

المجموعة	المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
التجريبية	13.49	0.337
الضابطة	7.26	0.337

يلاحظ من جدول (7) أن المتوسطات الحسابية تبين أن هذه الفروق كانت لصالح المجموعة التجريبية، حيث حصل طلبة المجموعة التجريبية على متوسط حسابي معدل قيمته (13.49) درجه. بينما حصل طلبة المجموعة الضابطة على متوسط حسابي معدل قيمته (7.26) درجه وهذا يدل على وجود أثر لاستخدام استراتيجية برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا مقارنة بالطريقة الاعتيادية اذ بلغ حجم الاثر حسب مربع ايتا (0.811).

الفصل الخامس

مناقشة النتائج والتوصيات

أظهرت النتائج المتعلقة بالفرضية الرئيسة وجود فرق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في متوسطي درجات الطلبه للاختبار التحصيلي لصالح المجموعة التجريبية.

قد تعزى هذه النتيجة إلى طبيعة برمجية (GeoGebra) الديناميكية في تنمية البرهان الرياضي مهما بلغت صعوبته وتعقدت أرقامه، فهي تعالج المهارات المتعلقة بالتفكير، مما قد يزيد في تحفيز دافعية الطلبة لحل المسألل المرتبطة بالبراهين الرياضية؛ إذ تختزل البرمجية خطوات حل المسألة وتسهل على الطالب تكوين المعادلة الصحيحة التي تمثل الوصول إلى الحل الأمثل للبرهان.

فالبرمجية تجري تدقيقا لكل خطوة من خطوات الحل قبل الانتقال إلى الخطوة التالية وبالتالي تقليل الصعوبة في حلّها بطريقة ذاتية في معظم المسائل، وأيضا الدور الذي تؤديه البرمجية في استقطاب انتباه الطالبة وتركيزهم.

ويمكن رد هذه النتيجة الى ان استخدام برمجية الجيوجبرا اتاحت للطالب الرجوع إلى موضوع الدرس عدة مرات وفقاً لاحتياجاته وعلى ضوء قدراته وسرعته الذاتية للتغلب على المشكلة التي تواجهه في مادة الدرس من خلال حل التمارين وتلقي التغذية الراجعة وإعادة المحاولة في حالة الاستجابة الخاطئة.

قد تعزى هذه النتيجه في شعور الطلبه بالمتعه اثناء استخدام برمجية الجيوجبرا في حل مسائل الرياضيات. حيث اصبحت نظره الطلبة للمسأله نظرة تحد وتشويق كلما زادت صعوبتها زادهم ذلك اصرارا واستمتاعا في حلها. حتى أن الطلبه أصبح يتملكهم شعور في حل مسائل الرياضيات على انهم يقمون بلعب ألعاب الكترونيه، وتكون نهاية اللعبه بانتهاء حل المسأله.

وقد تعزى هذه النتيجة في ان برمجية جيوجبرا جعلت مفاهيم الرياضيات الغير محسوسه الى اشكال ملموسه يستطيع الطلبة الاعتمادعلى أنفسهم في اكتشاف حلها مما ولد لديهم شعور بالثقه.

وتتفق نتائج الدراسة مع ما توصلت له دراسة عطيف (2006)، أن برمجية جيوجبرا مبنية على المعايير العالمية للرياضيّات (معيار الترابط الرياضي أحد أبرز هذه المعايير) وهو داعم للمنهج المعتمد من وزراة التربية والتعليم وليس بديلا عنه مصمم بطريقة تمكن الطلبة من تطوير فهم عميق للنظريات والحقائق الرياضية.

والربط بين الأفكار الرياضية من خلال التطبيق العلمي واكتشاف العلاقات والروابط بنفسه، وعلى هذا تصبح البرمجية أكثر توافقا وتكاملا مع مهارات الترابط الرياضي ، ودراسة درويش (2013) ودراسة والبلوي (2014)،اللتان بينتا أن للبرمجية دور فعال في تنظيم الخبرة التعليمية بالموضوعات عبر المراحل الدراسية ومساعدتها على بناء معلوماتها الجديدة وبصورة ذات معنى من خلال استخدام الطلبة نافذة الرسم في البرمجية وإدراج صور من الواقع على شاشة الرسم وفتح ورقة عمل ديناميكية أيضا وبأسلوب المحاكاة والربط بين المفاهيم الرياضية ساعد الطالب في التعرف على الرياضيات وتطبيقاتها في سياق خارج الرياضيات فتظهر البرمجية نموذج للترابط الرياضي ويعبر عنه في ذات الوقت.

التوصيات:

في ضوء نتائج الدّراسة، تم التوصل إلى التوصيات الآتية:

– توفير برمجيات حاسوبية تعليمية متنوعة لتدريس الرياضيات في المراحلّ الدراسية كافة وبالأخص برمجيّة (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي.

– تدريب المشرفين التربويين والمعلمين والطلبه المتخصصين بالرياضيات على برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تدريس الرياضيات.

– تضمين برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في مناهج الرياضيات.

– التوسع في تبني استخدام برمجيات وألعاب الحاسوب للتعلم والتعليم في مدارس المرحلة الابتدائية والإعداية والثانوية.

قائمة المراجع

المراجع العربية

ابراهيم، مجدي عزيز (2008)، **أساليب وطرائق في تدريس الرياضيات**، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، مصر.

أبو ثابت، إجتياد عبد الرزاق حامد (2013). **مدى فاعلية استخدام برمجية جيوجبرا والوسائل التعليمية في التحصيل المباشر والمؤجل لدى طلبة الصف التاسع الأساسي في الرياضيات في المدارس الحكومية في محافظة نابلس**. (رسالة ماجستير)، كلية الدراسات العليا، جامعة النجاح، فلسطين.

أبو صالح، محمد وعابد، عدنان وخصاونه، أمل(2003). **مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها**، صنعاء، الجمهورية اليمنية: وزارة التربية والتعليم.

أحمد، محمد أحمد (2001). **تنمي مهارات البرهان الرياضي لدي طلبة الصف الأول الثانوي في التعليم العام**. (رسالة ماجستير غير منشورة)، كلية التربية، جامعة عين شمس، مصر.

البلوي، جازي (2014). **أثر برنامج تعليمي مستند إلى برمجيّة جيوجبرا (GeoGebra) في حلّ المسألة الرياضية وفي الدافعية نحو تعلم الرياضيات لدى طلبة الصّف الأول الثانوي في المملكة العربية السعودية**. (أطروحة دكتوراه غير منشورة)، الجامعةلأردنية، عمان، الأردن.

البلوي، عايد علي محمد (2012). **برنامج تدريبي قائم على البرمجيات التفاعلية في تعليم الرياضيات وتعلمها**. (أطروحة دكتوراه غير منشوره)، كلية التربية، جامعة أم القرى، المملكة العربية السعودية.

الجاسر، صالح مخيلد (2011). **أثر استخدام برمجيات قائمة على برمجية الجيوجبرا على تحصيل تلاميذ الصف السادس من المرحلة الابتدائية في مادة الرياضيات**، (أطروحة دكتوراه)، كلية التربية، جامعة أم القرى، السعودية.

حواس، محمد (2006). **أثر اســـتخدام الواسائل التعليمية في تدريس الكسور والعمليات عليها على تحصيل طلاب الصف الخامس في محافظة القريات في الرياضيات وعلى اتجاهتهم نحوها.** (رسالة ماجستير غير منشوره)، الجامعة الاردنية، عمان، الاردن.

الخطيب، محمد وعبابنه، عبدالله (2011). أثر استخدام استراتيجية تدريسية قائمة على حل المشكلات على التفكير الرياضي والاتجاهات نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السابع الأساسي في الأردن، **دراسات: العلوم التربوية**،38(1)،190-204.

درويش، دعاء (2013). **أثر اســتخدام برمجيّة جيوجبرا (GeoGebra) في اســتيعاب المــفاهيم الجبريّة وعمليات التمثيل الرياضي لدى طلبة الصّف العاشر الأساسي في الأردن.** (رسالة ماجستير غير منشورة)، الجامعة الأردنية، عمان، الأردن.

الرجبي، يوسف (2007). برمجية الرياضيات جيوجبرا (GeoGebra). **مجلة التــطوير التربــوي**، سلطنة عُمان، 1 (37)، 26-27.

سرور، علي (2014). كيف نوظف التقنية الحديثة في تعليم وتعلم الرياضيات. **مجلة التطوير التربوي**، (54)،50-52.سلطنة عمان.

سيد، أحمد (2006). **مهارات البرهان الرياضي لدى الطلبه المعلمين بشــعب الرياضيـــــات بكلية التربية.** مصر: مكتبة الأنجلو المصرية.

عبيد، وليم (2004). **تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثــقافة التفكير**، عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع

عبيد، وليم والمفتي، محمد والقمص، سمير(2000) **تربويات الرياضيات**، القاهرة مكتبة الأنجلو المصرية.

عطيف، أحمد (2006). **فاعلية برمجية حاسوبي مقترح في تنمية مهارات تحليل العبارات الجبريّة لدى طلبة الصّف الثالث المتوسط بمنطقة جازان.** (رسالة ماجستير غير منشورة)، جامعة الملك خالد، أبها، السعودية.

عنبوسي، أحلام وظاهر، وجيه وبياعة، نمر (2012). جيوجبرا في صف الرياضـــــــيات، **مجلة جامعة**، (16) 3-54.

عوض، عدنان وعلاونه، أحمد، وعزام، مفيد (2007). **مبـــادئ الرياضيات**، عمان: دار الفكر.

فتوح، أماني (2008). **أثر استخدام برنامج الرســـم الهندسي في اكـتساب مفاهيم التـــحويلات الهندسية لدى تلاميذ الصف التاسع**. (رسالة ماجستير غير منشوره). جامعة صنعاء، اليمن.

كيحر، وائل (2018). **أثر اســـــتخدام برمجية جيوجبرا في تـــدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير البصري وحل المشكلة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية بالمدارس التجريبية للغات**. (رسالة ماجستير غير منشورة)، جامعة المنوفية، مصر.

مرسال، إكرامي محمد (2016). تصميم عدد من الأنشـطة الإثرائية في ضـوء إحـدى برمـجيات الرياضيات التفاعلية "برمجية جيوجبرا" واستخدامها في إكساب تلاميذ الصف الســـــادس الابتدائي المعرفة الرياضية والمفاهيم الإجرائية، **مجـــــلة التربية**، 2(13)، 111-132.

ياسين، عادل (2004). **فضاء المعرفة: منهجية خوارزمية لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات**، الكويت: مؤسسة الكويت للتقدم العلمي.

المراجع الأجنبية:

Alsina, C. & Nelson, R. (2006). **Math made visual: Creating images for Understanding mathematics**. Washington , Dc: Mathematical Association of America.

Ball, D. L., Hoyles, C., Jahnke, H. N., & Movshovits-Hadar, N. (2002). **The Teaching of proof.** Paper presented at the international Congerss of Mathematicians, Beijing, China .volume 3, 1-3,907-920.

Barile, M. (2011).**Proof without words** .From Math World –A Wolfram Web Resource, created by Eric W. Weisstein.

Bell, A. (2006). **A Study of Pupils' Proof-explanations in Mathematical Situations**, Educational Studies in Mathematics, 7, 23-40.

Bintas, J. & Camli, H., (2009). The effect of computer aidedinstruction onstudents success in solving LCM and GCF problems.**ProcediaSocial and Behavioral Sciences**, (1), 277–280.

Brown, J. (2008). **Philosophy of mathematics**. New York: Routledge.

Dockery, J. (2006). **The Effectiveness of Computer-Assisted Instruction In Preparing Academically At-Risk Students for the Georgia High School Graduation Test**. Dissertation Abstract International, Capella University, USA, AAT 32160. A

English, L.D. (2009). Reasoning by Analogy: **A Fundamental Process in Chidren's Mathematical Learning**. In Lee, V. Stiffand Frances R. Curcio (EDs), Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12, 22-36. Reston, va: National Council of Teachers of Mathematics.

Gardener, M (2005**). Mathematical Games.Scientifc American**, 233,112-117

Groot, C.D. (2001). **From Description to proof. Mathematics Teaching in the Middle School**, 7(4), 244-248.

Hatfield, M. M., Edwards, N. T., Bitter, G. G., & Morrow, J. (2000). **Mathematics methods for elementary and middle schoolteachers (4th ed.)**. New York: John Wiley & Sons, Inc

Hutkemri & Effandi akaria, (2012) The Efect of Geogebra on Students Conceptualand Procedural Knowledge of Function, Indian **Journal of Science and Technology**, Vol: 5, Issue12, December 2012. 3802- 808.

Henwarter, M &Preiner, J. (2007). **Introducing dynamic mathematics software to mathematics teachers**: the case of GeoGebra. Dissertation in mathematics education. Faculty of natural sciences. University of Salzburg.

Hanna, G. (2008). **Some Pedagogical Aspects of Proof**. Interchange , 21,6-30.

Knuth, E.J.(2002). Secondary School Mathematics Teachers' Conceptions of Proof. **Journal for Research in Mathematics Education**, 33(5), 379-406.

Maanen, J. V.(2006). **Diagrams and mathematical reasiong :some points, lines,and figures** .BSHM Bullettin,21,97-101.

National Council of eachers of Mathematics. (2008). **The Role of Technology in the Teaching and Learning of Mathematics**. Reston, VA: NCTM.

Saha , Royati Abdul . (2010). The Effects of GeoGebra on Mathematics Achievement : Enlightening Coordinate Geometry Learning. **Procedia Social and Behavioral Sciences**, 8 (2010), 686 – 693.

Senk, S. , Thompson, D. & Johnson, G.(2008**). easoning And Proof In High School Textbooks from The USA**, ICME,Mexico.

Steen,L.A(2000). **Twenty question about mathematical reasoning** .In L. stiff & F.R. Curcio (Eds.),Developing mathematical reasoning in grade K-12,270-285.Reston,VA:National Council of teacher of mathematics .

Tall, D.(2005): Cognitive development, representation and proof, **conference on justifying and proving in school Mathematics**, institute of Education, London, 27- 38.

Varghese, T. (2009**). Secondary-level Student Teachers' Conceptions of Mathematical Proof**, Edmonton, Canada.

Zengin ,Y, Furkan,H& Kutluca,T(2012), The effect of dynamic mathematics software GeoGebra on student achievement in eaching of rigonometry, Procedia - **Social and Behavioral Sciences** 183- 187.

الملحقات

ملحق (1)

أداه الدراسة بصورتها الاولية

جامعة الشرق الأوسط
MIDDLE EAST UNIVERSITY
Amman - Jordan

كلية العلوم التربوية — التخصص/ المناهج وطرق التدريس

قسم الادارة والمناهج — العام االجامعي: 2018 –2019

الفصل الدراسي: الثاني

الدكتور/ة .....المحترم/ة

تحية طيبة وبعد

يقوم الباحث بإجراء دراسة بعنوان " أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا" استكمالا لمتطلبات الحصول على درجة الماجستير تخصص المناهج وطرق التدريس، لذلك قام الباحث بإعداد اختبار تحصيلي في مادة الرياضيات للصف العاشر الأساسي.

نرجو من طلبتكم التكرم بالإجابة عن الفقرات الأتية :

وتفضلوا بقبول فائق الاحترام

اسم المشرفة — اسم الباحث

الدكتورة تغريد المومني — شادي سليمان محمد الحوراني

أختر رمز الاجابة الصحيحة فيما يأتي :

١) نوع المثلث الناتج من التقاء القطع المستقيمة الواصلة بين النقاط : أ(٠ ،٠) ،ب (٦، ٠) ، ج (٠ ، ٨) هو ؟

أ) منفرج الزاوية ب) متساوي الساقين ج) قائم الزاوية د) متساوي الاضلاع

٢) طول القطعة أ ب يساوي ٢ وحدة ،وإحداثيات النقطة أ (٠، ٠) ، فما إحداثيات النقطة ب ؟

أ) (١، ١) ب) (٢، ٢) ج) (٢ ، ٠) د) $(\sqrt{٢}\ ،\ ٠)$

٣) إذا كانت (٤ ، -٣) منتصف أ ب ، حيث أ (٣ ، - ٤) فما إحداثيا ب ؟

أ) (٥ ، -٢) ب)(٥ ، ٢) ج) (٢ ، ٥) د) (-٢ ، ٥)

٤) ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين أ (٠، ١) ، ب(٦ ، ٣) هو؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) $\frac{١}{٣}$ د) $-\frac{١}{٣}$

٥) المقطع الصادي للخط المستقيم الذي معادلته $٣ص = ٢س - ١٢$ يساوي؟

أ) ٤ ب) -٤ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) ٣

٦) ما معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل والنقطة $(-١\ ،\ ٥)$ ؟

أ) $ص = ٥$ ب) $ص = ٤$ ج) $ص = س + ٥$ د) $ص = -٥س$

٧) المسافة بين النقطة $(-٣\ ،\ ٤)$ ، ونقطة الأصل تساوي ؟

أ) ٥ ب) - ٣ ج) ٤ د) ٢٥

٨) عدد الجذور الحقيقية للمعادلة $س^{٢} - ٥س + ٨ = ٠$ هو ؟

أ) ٠ ب) ١ ج) ٢ د) لا يمكن تحديده

٩) قيمة م التي تجعل المقدار $(س - م)(س^{٢} + ٢س + ٤)$ فرقا بين مكعبين يساوي ؟

أ) ٤ ب) ٢ ج) -٢ د) -٨

١٠) حلول المعادلة $٢ب^{٢} - ب - ٣ = ٠$ هي ؟

أ) $-\frac{٢}{٣}\ ،\ ١$ ب) $\frac{٢}{٣}\ ،\ -١$ ج) $-\frac{٣}{٢}\ ،\ ١$ د) $\frac{٣}{٢}\ ،\ -١$

١١) إذا كان ل١ ∥ ل٢ وكان ل١ يمر بالنقطتين (−١ ، ٣)، (−١ ، ٥) ، ل٢ يمر بالنقطتين (٣ ، ٤) ، (س١ ، ٦)

فما قيمة س١ ؟

أ) -١ ب) ٣ ج) -٣ د) ١

١٢)ميل العمود النازل من أ على ب ج في المثلث أ ب ج ، حيث أ (٠ ، ٢) ، ب (-٢ ، -٨) ، ج(٧ ، -٢) يساوي

أ) $\frac{-٢}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{-٣}{٢}$

١٣) جد مساحة المثلث أ ب ج ، الذي فيه أ(٣ ، ٥) ، ب(٦ ، ٢) ، ج (-٢ ، ٢)

أ) ٤ ب) ٨ ج) ١٢ د) ١٤

١٤) إذا علمت أن المثلث الذي رؤوسه أ(٩ ، -٢) ، ب(٢ ، ٥) ، ج(-٢ ، ١) قائم الزاوية في ب . فما طول القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس القائمة ومنتصف الوتر في هذا المثلث .

أ) $\frac{\sqrt{١٣٠}}{٢}$ ب) $\frac{\sqrt{٢٠}}{٢}$ ج) $\sqrt{٢٠}$ د) $\sqrt{١٣٠}$

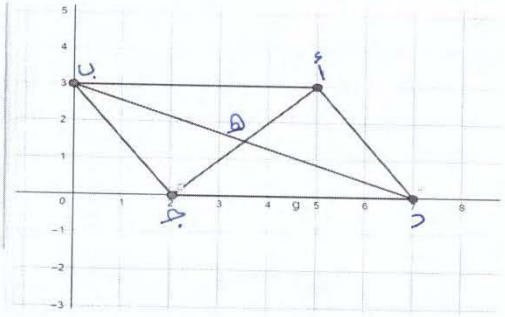
١٥) أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب ، د منتصف أب ،هـ منتصف ب ج ، إذا كان ب د = ٣ ب هـ وكان أ ج = ٦ $\sqrt{}$

فإن طول أ ب ، ب ج على الترتيب يساوي :

أ) $\frac{\sqrt{٩}}{١٠}$ ، $\frac{\sqrt{٣}}{١٠}$ ب) $\frac{\sqrt{٢٧}}{١٠}$ ، $\frac{\sqrt{٩}}{١٠}$

ج) $\frac{\sqrt{١٨}}{١٠}$ ، $\frac{\sqrt{٦}}{١٠}$ د) $\frac{\sqrt{٢٧}}{٤}$ ، $\frac{\sqrt{٩}}{٤}$

١٦) بالاعتماد على الشكل المجاور ، أجب عن السؤالين (٦)، (٧)في الشكل متوازي الاضلاع أ ب ج د



، فية هـ نقطة تقاطع قطريه ، ما احداثيات النقطة هـ

أ) (٧ ، ٣)

ب) (٣ ، ٧)

ج) (٣,٥ ، ١,٥)

د) (١,٥ ، ٣,٥)

١٧) جد أقصر مسافة بين النقطة هـ ، و الضلع أ د .

أ) $\frac{٧,٥}{\sqrt{١٣}}$ ب) ٧,٥ ج) ١٣ د) $\sqrt{١٣}$

١٨) أي العبارات الأتية خاطئة .

أ) إذا تقاطع مستويان مختلفان ،فإنهما يتقاطعان في مستقيم .

ب) لأية ثلاث نقاط على استقامة واحدة ، يوجد مستوى واحد فقط يحويها جميعها .

ج) لأية نقطتين مختلفين يوجد مستقيم واحد فقط يحويهما

د) لأية نقطة خارج مستقيم معلوم ، يوجد مستقيم واحد فقط يمر بها ، ويوازيه .

١٩) بالاعتماد على الشكل المجاور ، أي العبارات الاتية صحيحة .

أ) أ ب ، ن ك مستقيمان متعامدان

ب) المستقيم د ج ، يقطع المستوى ك ل ب

ج) المستقيمات ن ك ، دأ ، أ ب مستقيمات متوازية

د) د ن ، هـ و مستقيمان متخالفان

٢٠) أي العبارات الأتية صحيحة :

أ) زاوية ميل المستقيم هي الزاوية المحصورة بين المستقيم ومحور السينات

ب) مركز الدائرة التي تمر برؤوس مثلث قائم الزاوية ، يقع في منتصف الوتر

ج) إذا تعامد قطرا مستطيل ، فإنه يكون معينا

د) لا شيء مما ذكر صحيح

ملحق (2)

أداة الدراسة بصورتها النهائية

كلية العلوم التربوية تخصص/ المناهج وطرق التدريس

قسم الادارة والمناهج العام االجامعي: 2018 – 2019

الفصل الدراسي : الثاني

الدكتور/ة .....المحترم/ة

تحية طيبة وبعد

يقوم الباحث بإجراء دراسة بعنوان " أثر استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا" استكمالا لمتطلبات الحصول على درجة الماجستير تخصص المناهج وطرق التدريس، لذلك قام الباحث بإعداد اختبار تحصيلي في مادة الرياضيات للصف العاشر الأساسي .

نرجو من طلبتكم التكرم بالإجابة عن الفقرات الأتية :

وتفضلوا بقبول فائق الاحترام.

اسم المشرفة اسم الباحث

الدكتورة تغريد المومني الحوراني شادي سليمان محمد

أختر رمز الاجابة الصحيحة فيما يأتي :

١) نوع المثلث الناتج من التقاء القطع المستقيمة الواصلة بين النقاط : أ(٠ ،٠) ،ب (٦، ٠) ، ج (٠ ،

أ) منفرج الزاوية ب) متساوي الساقين ج) قائم الزاوية د) متساوي الاضلاع

٢) طول القطعة أ ب يساوي ٢ وحدة ،وإحداثيات النقطة أ (٠ ، ٠) ، فما إحداثيات النقطة ب ؟

أ) (١ ، ١) ب) (٢، ٢) ج) (٢ ، ٠) د) $(\sqrt{٢}\ ،\ ٠)$

٣) إذا كانت (٤ ، -٣) منتصف أ ب ، حيث أ (٣ ، - ٤) فما إحداثيا ب ؟

أ) (٥ ، -٢) ب)(٥ ، ٢) ج) (٢ ، ٥) د) (-٢ ، ٥)

٤) ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين أ (٠ ، ١) ، ب(٦ ، ٣) هو؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) $\frac{١}{٣}$ د) $-\frac{١}{٣}$

٥) المقطع الصادي للخط المستقيم الذي معادلته ٣ص = ٢س − ٢ ١ يساوي؟

أ) ٤ ب) -٤ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) ٣

٦) ما معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل والنقطة $(-١\ ،\ ٥)$ ؟

أ) ص = ٥ ب) ص = ٤ ج) ص = س + ٥ د) ص = −٥س

٧) المسافة بين النقطة $(-٣\ ،\ ٤)$ ، ونقطة الأصل تساوي ؟

أ) ٥ ب) - ٣ ج) ٤ د) ٢٥

٨) قيمة م التي تجعل المقدار $(س - م)(س^{٢} + ٢س + ٤)$ فرقا بين مكعبين يساوي ؟

أ) ٤ ب) ٢ ج) -٢ د) -٨

٩) حلول المعادلة $٢ب^{٢} - ب - ٣ = ٠$ هي ؟

أ) $-\frac{٢}{٣}\ ،\ ١$ ب) $\frac{٢}{٣}\ ،\ -١$ ج) $-\frac{٣}{٢}\ ،\ ١$ د) $\frac{٣}{٢}\ ،\ -١$

١٠) إذا كان ل١ // ل٢ وكان ل١ يمر بالنقطتين (−١ ، ٣)، (−١ ، ٥) ، ل٢ يمر بالنقطتين (٣ ، ٤) ،

فما قيمة س١ ؟

أ) -١ ب) ٣ ج) -٣ د) ١

١١)ميل العمود النازل من أ على ب ج في المثلث أ ب ج ، حيث أ (٠ ، ٢) ، ب (-٢ ، -٨) ، ج(٧ ، -٢) ي

أ) $\frac{-٢}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{-٣}{٢}$

١٢) جد مساحة المثلث أ ب ج ، الذي فيه أ(٣ ، ٥) ، ب(٦ ، ٢) ، ج (-٢ ، ٢)

أ) ٤ ب) ٨ ج) ١٢ د) ١٤

١٣) إذا علمت أن المثلث الذي رؤوسه أ(٩ ، -٢) ، ب(٢ ، ٥) ، ج(-٢ ، ١) قائم الزاوية في ب . فما طول المستقيمة الواصلة بين رأس القائمة ومنتصف الوتر في هذا المثلث .

أ) $\frac{\sqrt{١٣٠}}{٢}$ ب) $\frac{\sqrt{٢٠}}{٢}$ ج) $\sqrt{٢٠}$ د) $\sqrt{١٣٠}$

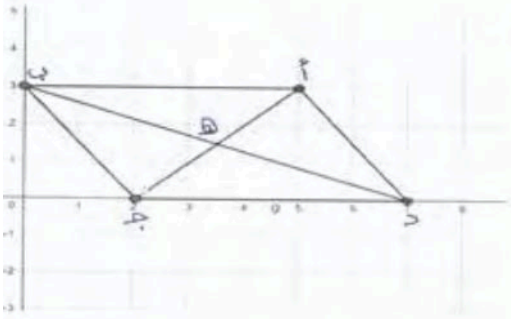
١٤) أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب ، د منتصف أب ،هـ منتصف ب ج ، إذا كان ب د = ٣ ب هـ وكان أ ج

فإن طول أ ب ، ب ج على الترتيب يساوي :

أ) $\frac{\sqrt{٩}٣}{١٠}$ ، $\frac{\sqrt{٣}٣}{١٠}$ ب) $\frac{\sqrt{٢٧}٣}{١٠}$ ، $\frac{\sqrt{٩}٣}{١٠}$

ج) $\frac{\sqrt{١٨}٣}{١٠}$ ، $\frac{\sqrt{٦}٣}{١٠}$ د) $\frac{\sqrt{٢٧}٣}{٤}$ ، $\frac{\sqrt{٩}٣}{٤}$

١٥) بالاعتماد على الشكل المجاور ، أجب عن السؤالين (٦)، (٧)في الشكل متوازي الاضلاع أ ب ج د



، فية هـ نقطة تقاطع قطريه ، ما احداثيات النقطة هـ

أ) (٧ ، ٣)

ب) (٣ ، ٧)

ج) (٣,٥ ، ١,٥)

د) (١,٥ ، ٣,٥)

١٦) جد أقصر مسافة بين النقطة هـ ، و الضلع أ د .

أ) $\frac{٧,٥}{\sqrt{١٣}}$ ب) ٧,٥ ج) ١٣ د) $\sqrt{١٣}$

ملحق (3)

قائمه باسماء المحكمين

الاسم	التخصص	مكان العمل
ا.د عايش ابو زيتون	مناهج وطرق التدريس	جامعه الشرق الاوسط
د. فواز شحاده	مناهج وطرق التدريس	جامعه الشرق الاوسط
د.محمود غندور	اساليب تدريس الرياضيات	وزاره التربيه والتعليم
د. نبيل براهمه	مناهج وطرق التدريس	جامعه اليرموك
د.جهاد ابو الركب	اساليب تدريس الرياضيات	وزاره التربيه والتعليم
محمد الشرمان	الرياضيات والاحصاء	وزاره التربيه والتعليم
عمر ابو مساعد	الرياضيات والاحصاء	وزاره التربيه والتعليم
سامر ابو شنار	الرياضيات والاحصاء	وزاره التربيه والتعليم

ملحق (4)

الخطة التدريسية

الدرس الاول:

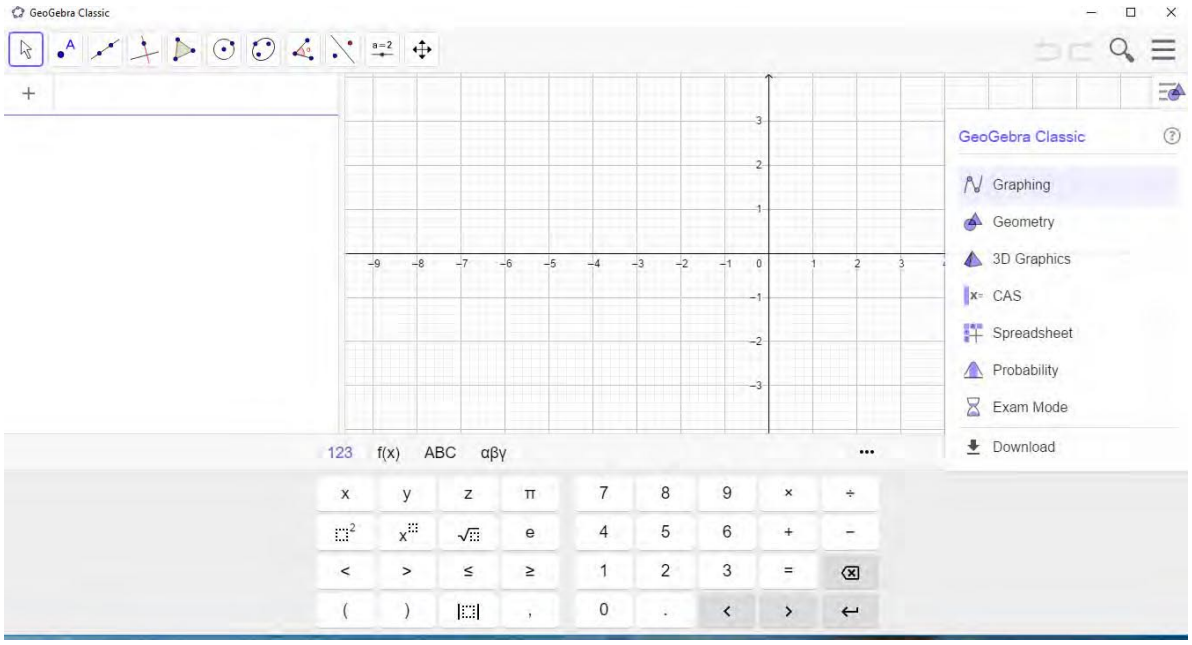
التوازي والتعامد

الاهداف:

- أن يستنتج الطالب العلاقه بين ميل المستقيم والزاوية التي يصنعها المستقيم مع محور السينات بالاتجاه الموجب باستخدام برمجية جيوجبرا (Geogebra).
- أن يستنتج الطالب العلاقه بين المستقيمات المتوازية والمتعامده باستخدام برمجية جيوجبرا (Geogebra).
- أن يستخدم الطلبة برمجية جيوجبرا(GeoGebra) للتحقق من صحة حل التمارين.
- أن يتعاون الطالب مع زملائه في اثبات النظرية باستخدام برمجية جيوجبرا(GeoGebra).

الخطوات:

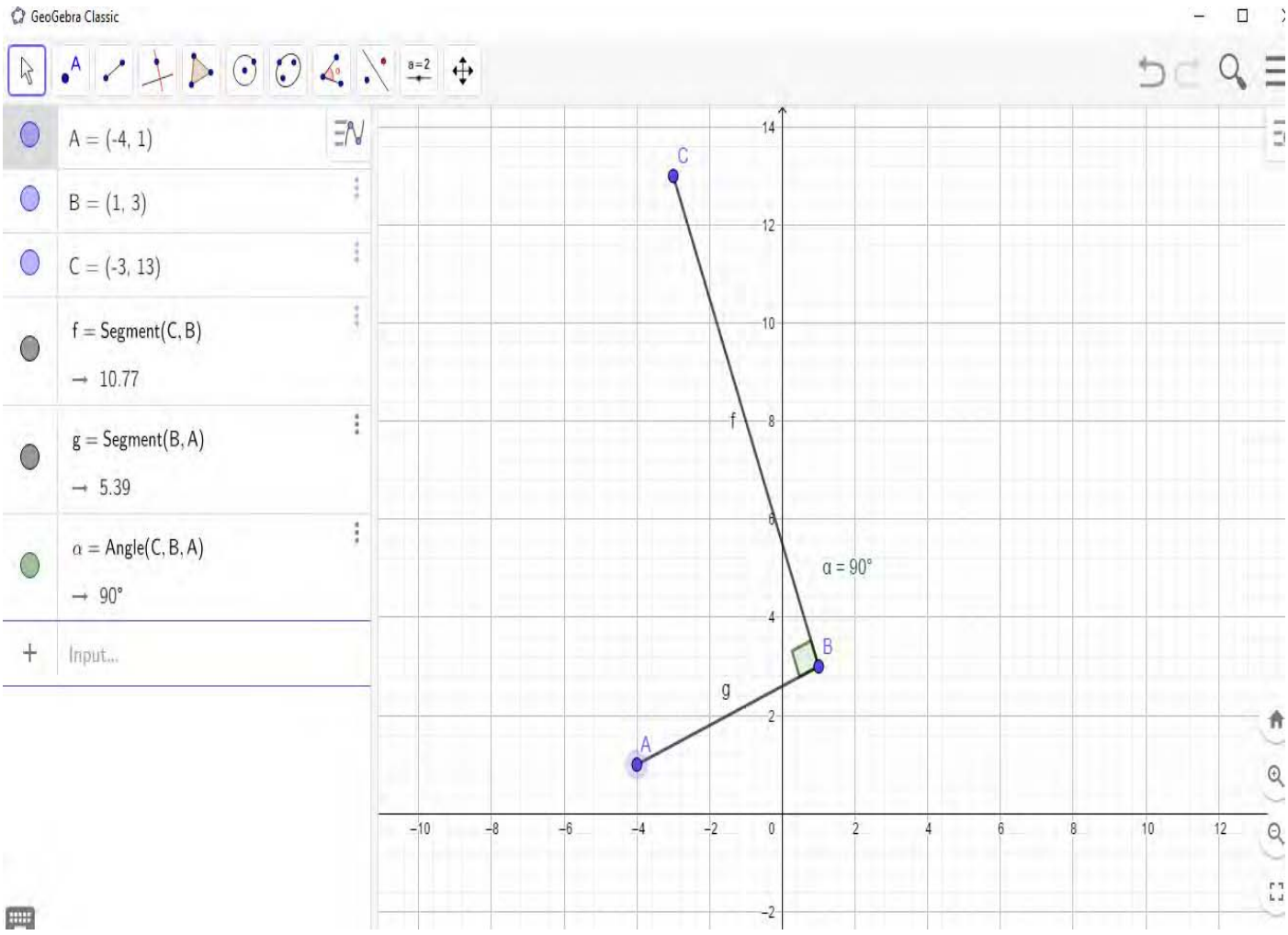
افتح ملفا جديدا وتظهر شاشة جيوجبرا في الشاشة الاتية:



-1

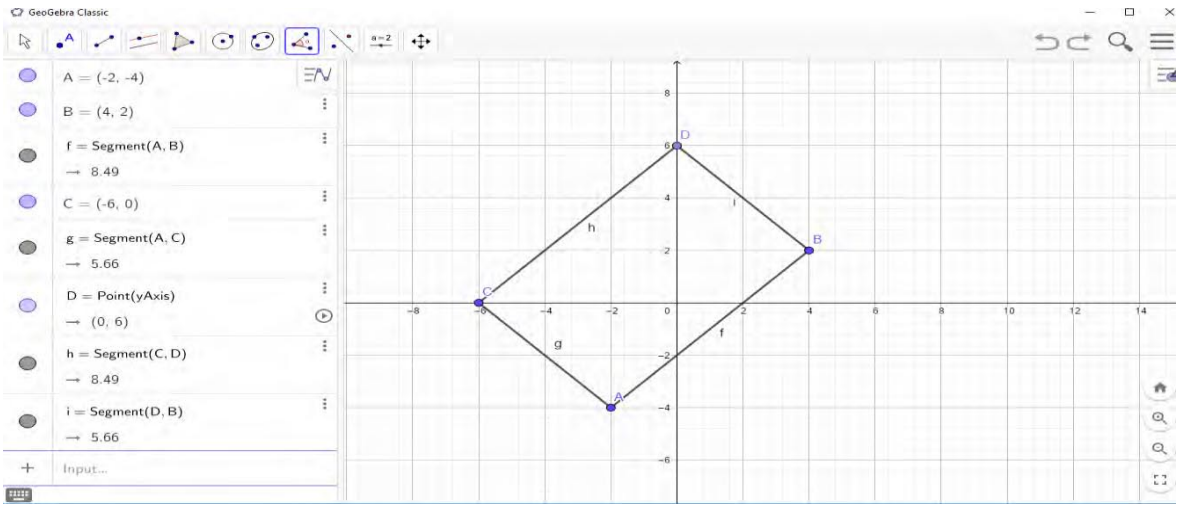
السؤال الاول :إذا كان ∿(١،-٤)، و(٣ ،١)، ل(١٣ ،-٣) ، بين أن زاوية (∿)و(ل) قائمة ؟

تم تطبيق هذا التدريب مع الطلبة باستخدام برمجية جيوجبرا وتم استنتاج خاصية التعامد .



السؤال الثاني: إذا كان أ(−٤،٢) ، ب(٢،٤) ،جـ (−٠،٦) ، ء(٦،٠) ، فبين أن الشكل الرباعي (أ ب ج د) متوازي أضلاع .

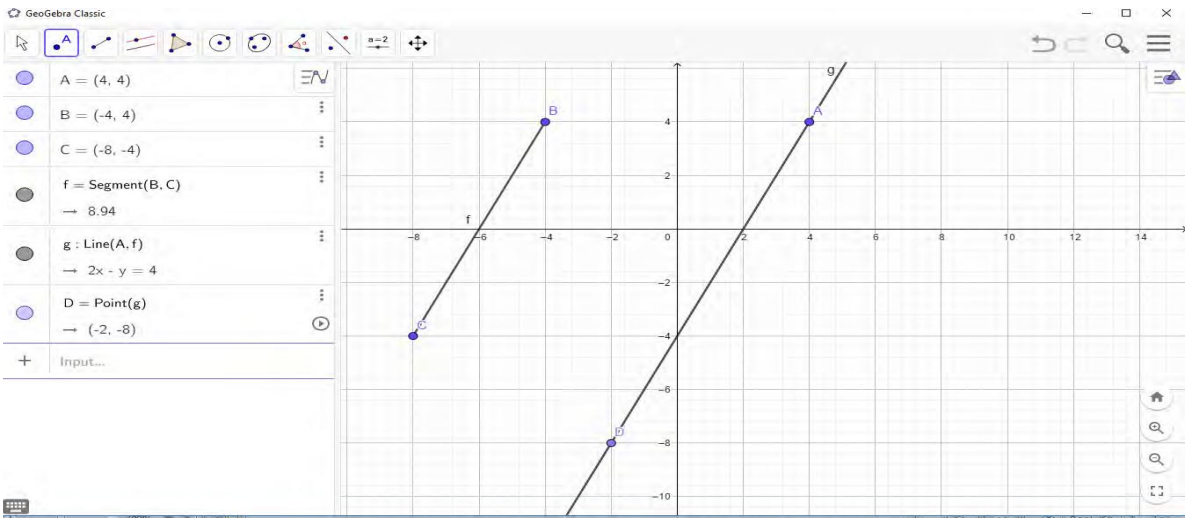
تم تطبيق هذا الفقره مع الطلبه باستخدام برمجيه جيوجبرا ومن خلال البرمجيه تم التعرف على خصائص متوازي الاضلاع .



السؤال الثالث: إذا كان أ(٤،٤) ،ب(−٤،٤) ،جـ(−٨،−٤) ،ء(٨،−٢) فبين أن تم

تطبيق هذا الفقره مع الطلبه باستخدام برمجيه جيوجبرا ومن خلال البرمجيه $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جاء}$

تم تطبيق هذا الفقره مع الطلبه باستخدام برمجيه جيوجبرا ومن خلال البرمجيه.

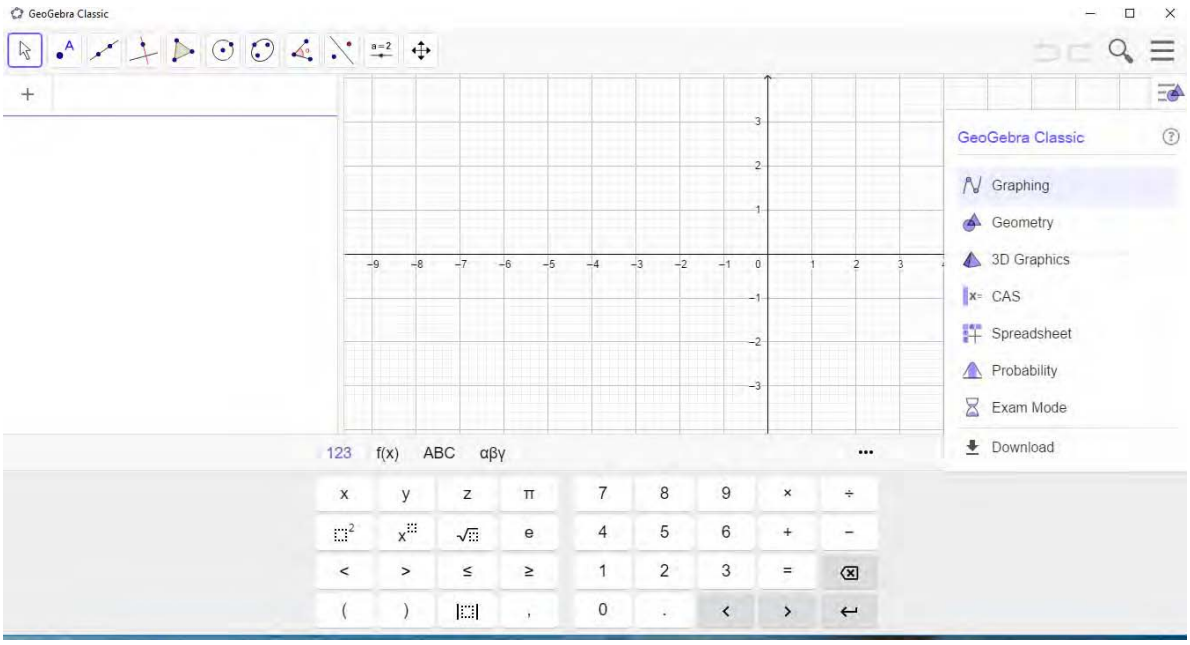


الدرس الثاني

البعد بين نقطة و وخط مستقيم

الاهداف:

- أن يستنتج الطالب قانون المسافة بين نقطه وخط مستقيم باستخدام برمجية جيوجبرا(GeoGebra).
- أن يستخدم الطالب برمجية جيوجبرا (GeoGebra) للتحقق من صحة حل مسائل الكتاب.
- أن يتعاون الطالب مع زملائيه في برهان قانون المسافة بين نقطه و خط مستقيم باستخدام برمجية جيوجبرا(GeoGebra).
- الخطوات:
- افتح ملفا جديدا وتظهر شاشة جيوجبرا في الشاشة الاتية:

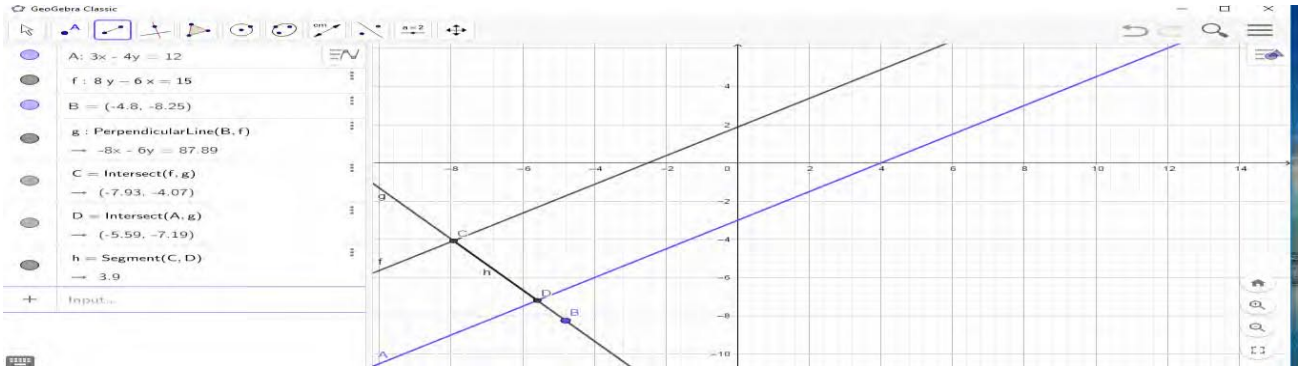


-

السؤال الاول:جد البعد بين المستقيمين المتوازيين $\overleftrightarrow{ل}$ ، $\overleftrightarrow{لـ}$ حيث :

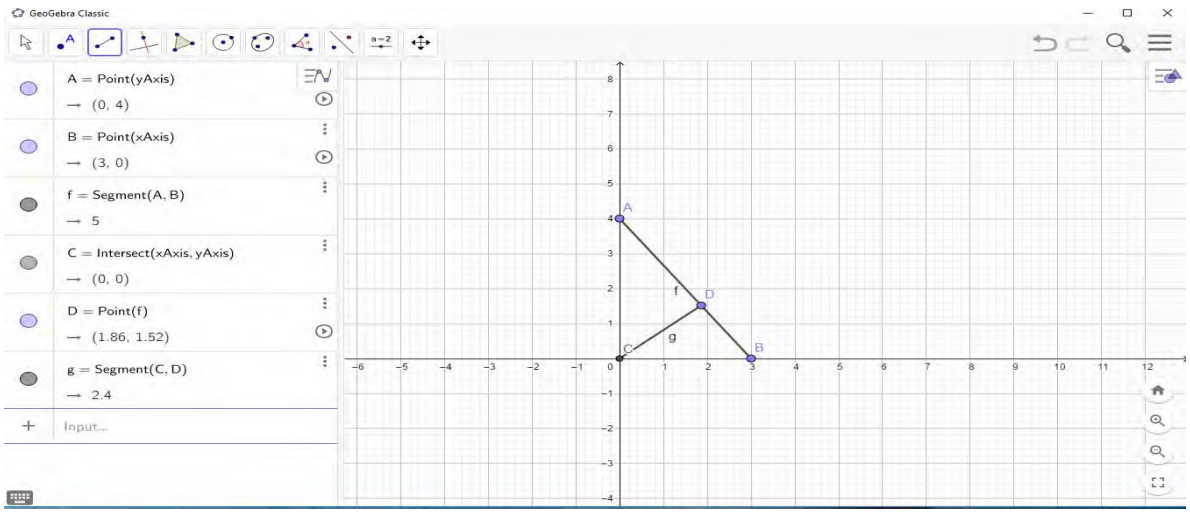
$$ل : ٣س - ٤ص = ١٢$$
$$لـ : ٨ص - ٦س = ١٥$$

تم تطبيق هذا الفقره مع الطلبه باستخدام برمجيه جيوجبرا ومن خلال البرمجيه



السؤال الثاني: بلدة (د) تقع على بعد (30) كم ، شرق محطة البترول (هـ) ، بينما تقع بلدة (و) على بعد (40) كم ، شمال محطة البترول (هـ) ، ويصل بين البلدتين طريق مستقيم ، جد أقصر مسافة بين محطة البترول وهذة الطريق .

تم تطبيق هذا السؤال مع الطلبه باستخدام برمجية جيوجبرا(GeoGebra)



الدرس الثالث

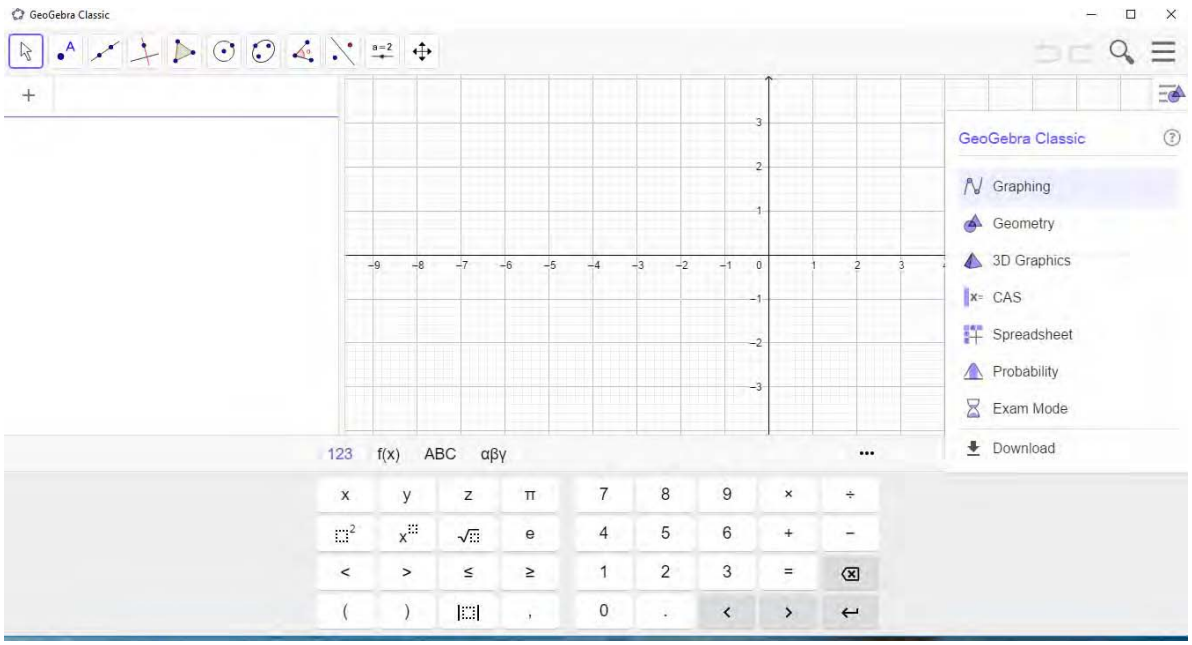
خصائص متوازي الأضلاع

الاهداف:

- أن يتعرف الطالب على خصائص متوازي الاضلاع باستخدام برمجية جيوجبرا(GeoGebra).
- أن يبرهن الطلاب خصائص متوازي الاضلاع باستخدام برمجية جيوجبرا(Geogebra).
- أن يوظف الطالب خصائص متوازي الاضلاع في حل مسائل منتمية .
- ان يستخدم الطالب برمجية جيوجبرا (Geogebra) للتحقق من صحة حل مسائل الكتاب.

الخطوات:

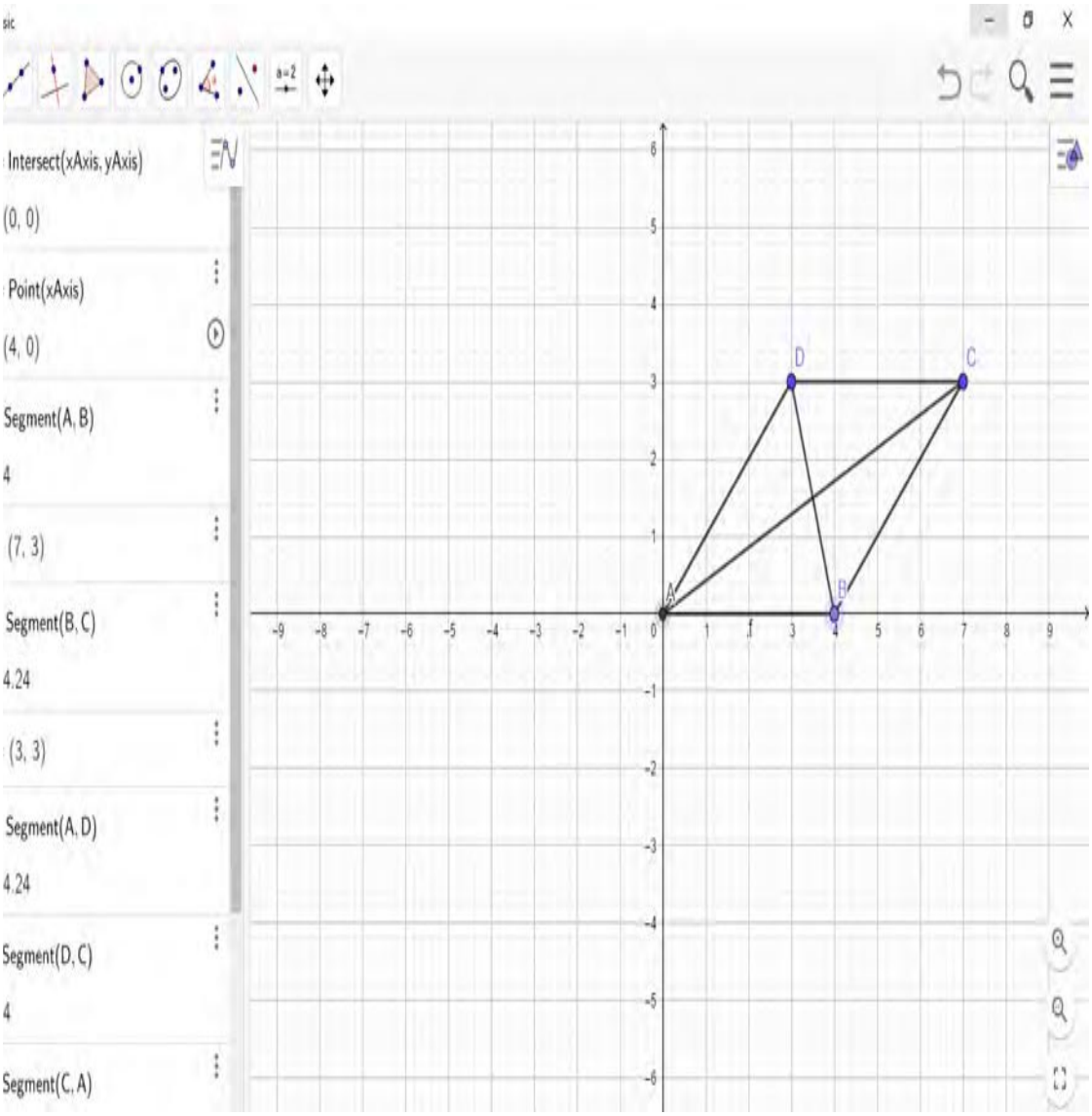
افتح ملفا جديدا وتظهر شاشة جيوجبرا في الشاشة الاتية:



السؤال الاول أ ب ج د متوازي أضلاع ، يتقاطع قطراه أج ، ب د في نقطة و .

(المطلوب) إثبات أن النقطة (و) ، منتصف كل من القطرين $(\overleftrightarrow{اب})$،$\left(\overleftrightarrow{بء}\right)$.

تم اثبات هذا السؤال مع الطلبه باستخدام برمجيه جيوجبرا .

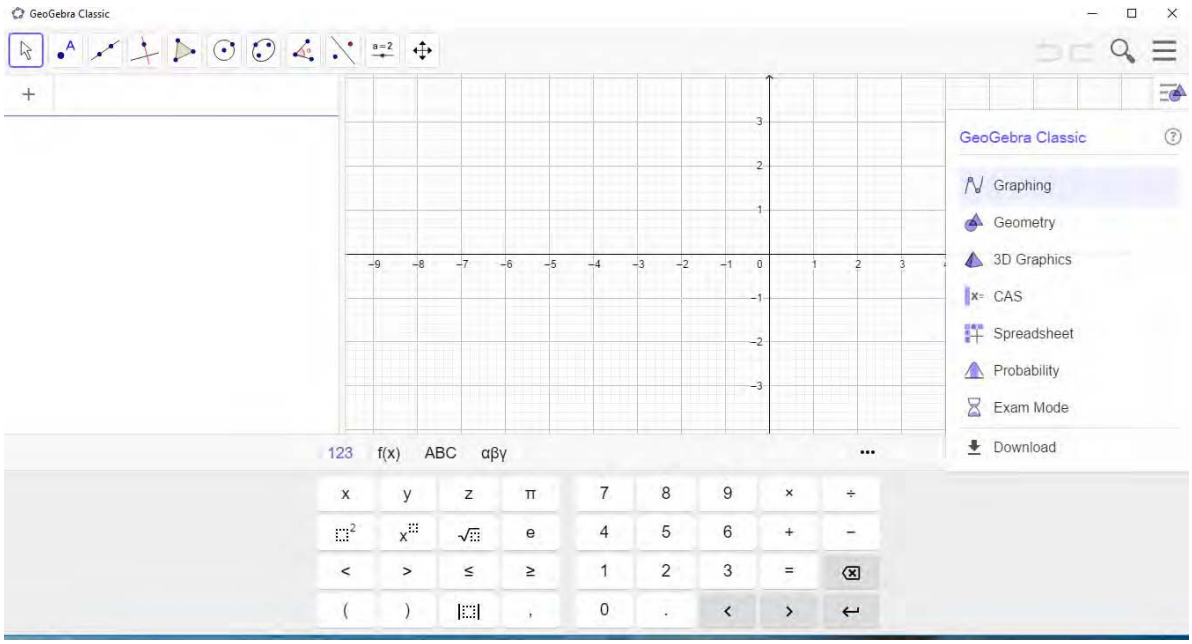


الدرس الرابع

خصائص المثلث

الاهداف

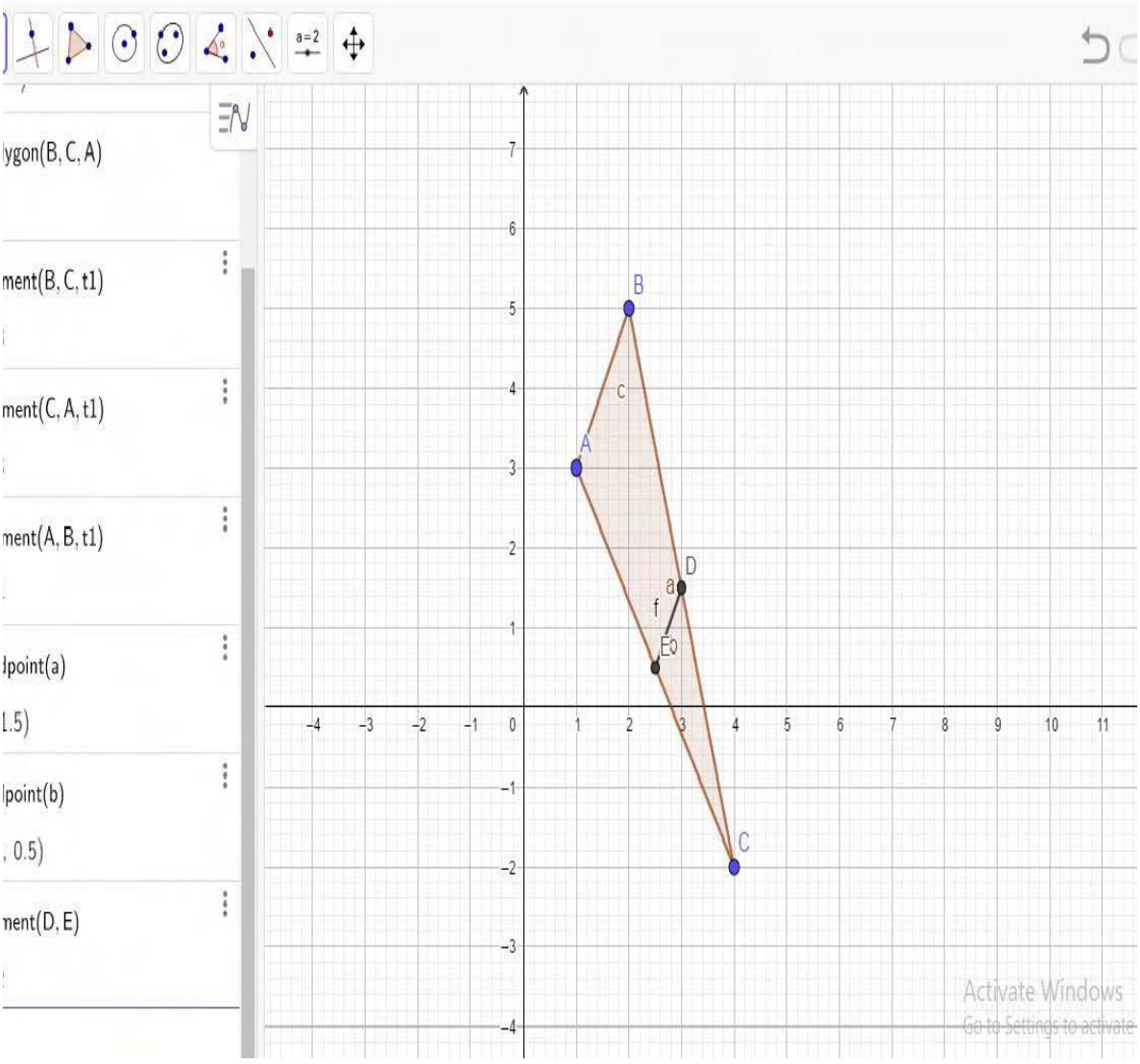
- أن يستنتج الطالب خصائص المثلث باستخدام برمجية جيوجبرا(GeoGebra).
- أن يوظف الطالب خصائص المثلث في مسائل منتميه.
- أن يستخدم الطالب برمجية جيوجبرا(GeoGebra) للتحقق من صحة حا التمارين .
- أن يتعاون الطالب مع زملائيه في برهان خصائص المثلث باستخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra)
- الخطوات:
- افتح ملفا جديدا وتظهر شاشة جيوجبرا في الشاشة الاتية:



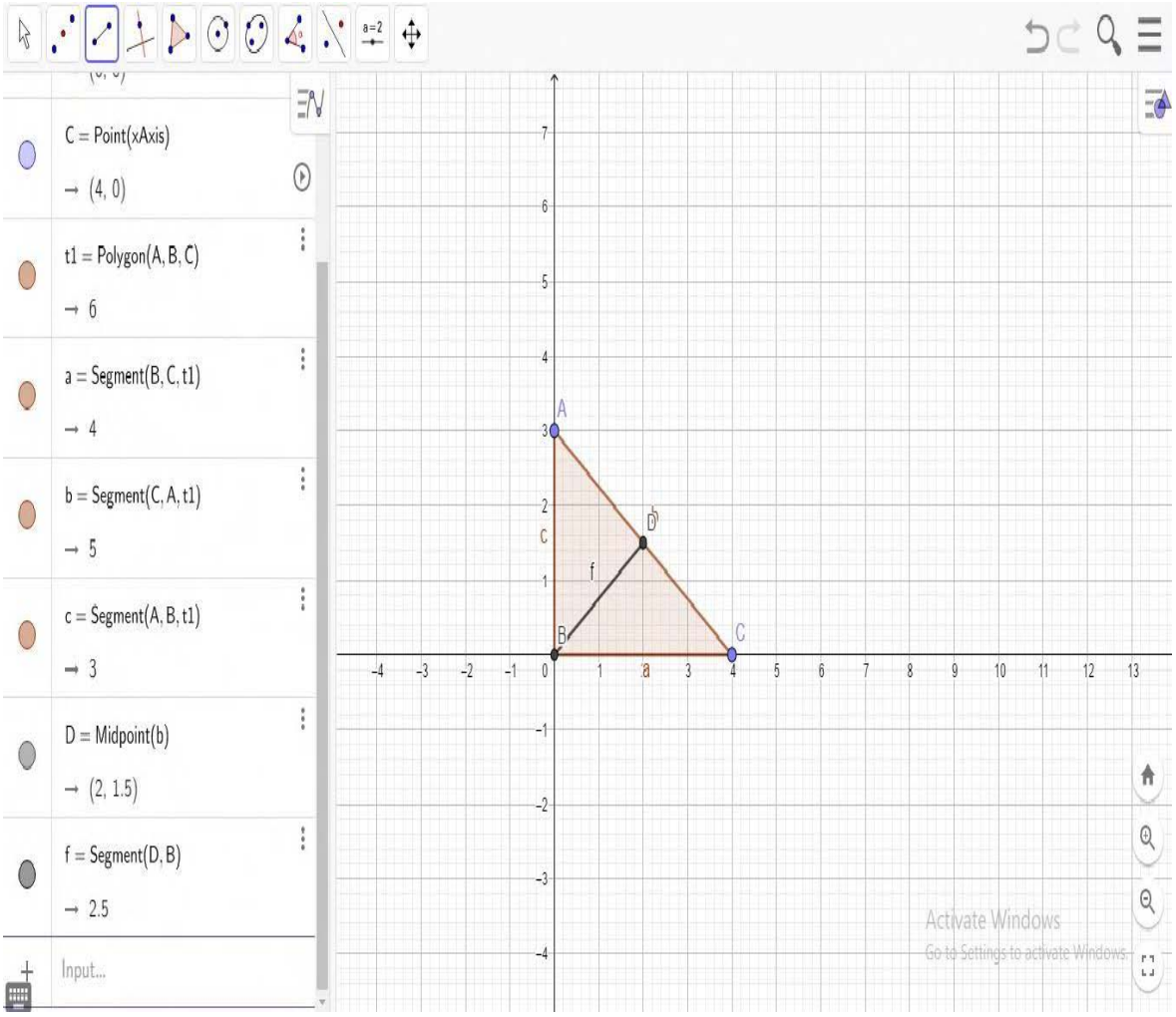
-

السؤال الاول :اذا كانت النقاط أ(3،1) ،ب(2،5) ،ج(1−،4) رووس مثلث بين ان القطعه الواصله بين منصفات الاضلاع أب ،أج توازي ب ج وتساوي نصف طول ب ج .

تم باستخدام برمجيه جيوجبرا اثبات هذا السؤال.



تم التحقق من صحة النظرية(ان القطعه الوصله من القائمه الى منتصف الوتر يكون طولها نصف الوتر) من خلال برمجية جيوجبرا



ملحق (5)

المادة التعليمية

الوَحْدَةُ ٦

الـهندسةُ الـتحليليَّةُ

Analytic Geometry

مقدمة

العالمُ الفرنسيُّ
رنيه ديكارت

للهندسة التحليلية دورٌ كبيرٌ في تطوير الرياضيات ، حيثُ إنها تربطُ مفاهيمَ الجبرِ بمفاهيمِ الهندسة والعلاقاتِ على الأشكالِ الهندسية ، مما يتيحُ إمكانيةَ تمثيلِ الأعدادِ والتعابيرِ الجبريةِ هندسياً ، من خلالِ تعابيرَ هندسيةٍ ، وإلقاءِ الضوءِ على مستوياتٍ أعلى في دراسةِ الرياضيات ، مثلِ التفاضُلِ والتكامُلِ وغيرها.

وقد اهتمَّ القدماءُ بدراسةِ الهندسةِ بشكلٍ عامٍ ، وكان طاليسُ (٦٠٠ قبلَ الميلادِ) منْ أوائلِ عُلماءِ اليونانِ الذينَ برعوا في هذا المجالِ ، وأثبتوا صحّةَ عدةِ نظرياتٍ فيه ، ومنْ تلامذتِه العالمُ المشهورُ بنظريتِه المعروفةِ فيثاغورس، كما قدّمَ عددٌ من علماءِ العربِ والمسلمينَ إسهاماتٍ مرموقةً في الهندسة ، أمثالِ ثابتِ بن قُرّة (٢٢١–٢٨٨ هجريّ)، ومحمدِ بنِ موسى الخوارزميِّ (توفي بعد عام ٢٣٢ هجري) ، ومحمدِ بنِ أحمدَ البيرونيِّ (٣٦٢ – ٤٤٠ هجري).

إلا أنّ موضوعَ الهندسةِ التحليليةِ بأفكارِه الحاليةِ تَبَلْوَرَ على يَدِ الفيلسوفِ وعالمِ الرياضياتِ الفرنْسيِّ رنيه ديكارت Rene Descartes (١٥٩٦–١٦٥٠ ميلادي)، والذي يُعدُّ مؤسسَ الهندسةِ التحليليةِ، وقامَ عالمُ الرياضياتِ الألمانيُّ كارل فيدريك جاوس Carl Friedrich Gauss (١٧٧٧–١٨٥٥) ميلادي، بتقديمِ إضافاتٍ جوهريةٍ في الهندسةِ التحليليةِ .

وفي هذه الوَحدةِ ، سوفَ تدرسُ عزيزي الطالبَ الهندسةَ التحليليةَ من خلالِ استقصاءِ الخصائصِ الهندسيةِ للمستقيماتِ المتوازيةِ و المستقيماتِ المتعامدةِ في المستوى الإحداثيِّ ، والخصائصِ الهندسيةِ لبعضِ الأشكالِ الهندسية .

وللمزيدِ من المعلوماتِ حْولَ موضوعِ الهندسةِ التحليليةِ ، ارجع إلى :

مواقع إنترنت مثل : www.alargam.com او www.alnoorworld.com

ويُتوقعُ منكَ عزيزي الطالبَ بعدَ دراسةِ هذه الوَحدةِ أن تكونَ قادراً على :

١) تحديدِ الخطوطِ المستقيمةِ المتوازيةِ و المتعامدةِ ، والعلاقةِ بينَ ميليْهما .
٢) إيجادِ البعدِ بينَ نقطةٍ معلومةٍ ومستقيمٍ معلومٍ ، والبعدِ بينَ مستقيمينِ متوازيين في المستوى .
٣) إثباتِ صحّةِ بعضِ النظرياتِ المتعلقّةِ بالخصائصِ الهندسيَّةِ لمتوازي الأضْلاعِ والمثلثِ باستخدامِ الهندسةِ التحليليةِ (الإحداثية).

٦-١ التوازي والتعامدُ

Parallel Lines and Perpendicular Lines

أرادَ مستثمرٌ بناءَ مشروعٍ للإسكانِ على قطعةِ أرضٍ ، فأحضرَ مسّاحاً للأراضي قامَ بتحديدِ إحداثياتِ رؤوسِها الأربعة في المستوى الديكارتيِّ وفقَ مقياسِ رسمٍ مناسبٍ ، فكانت على النحو الآتي :

(١٠،٤٠) ، (٣٠،٣٠) ،(−١٠،١٠) ، (٠،٠ −١٠) ،

كيفَ يمكنُ للمستثمرِ التحقُّقُ منْ أنَّ قطعةَ الأرضِ مستطيلةُ الشكلِ ؟

ارسمِ المستطيلَ الذي رؤوسه أ (١،٠) ، ب (٥،٢) ، جـ (٤،٤) ، د (٠،٢) ، ثمَّ أجبْ عن الأسئلةِ الآتيةِ :

١) ما ميلُ المستقيمِ أ ب ؟ وما ميْلُ المستقيم جـ د ؟

٢) ما ميلُ المستقيمِ ب جـ ؟ وما ميلُ المستقيمِ أ د ؟ ماذا تستَنْتج ؟

٣) اكملِ العبارةَ التاليةَ لتَكوّن عبارةً صائبةً : إذا كانَ المستقيمَ ل$_{١}$ يوازي المستقيم ل$_{٢}$، فإن ميلَ المستقيمِ ل$_{١}$ = ———————

٤) المستقيمُ أ ب عموديٌّ على المستقيمِ أ د ، ما ميلُ المستقيمِ أ ب ؟ م$_{١}$ = ——————— ما ميْلُ المستقيمِ أ د ؟ م$_{٢}$ = ——————— ، ما قيمةُ ميلِ المستقيمِ أ ب × ميلِ المستقيمِ أ د (أي م$_{١}$ × م$_{٢}$) ؟ ، ما قياسُ الزاويةِ ب أ د ؟

٥) المستقيمُ جـ د عموديٌّ على المستقيمِ أ د ، ما ميْلُ المستقيمِ جـ د ؟ م$_{١}$ = ——————— ، ما ميْلُ المستقيمِ أ د ؟ م$_{٢}$ = ———————

ما قيمةُ : ميلِ المستقيمِ جـ د × ميلِ المستقيمِ أ د (أي م$_{١}$ × م$_{٢}$) ؟ ماذا تَستنْتجُ ؟

٦) أكملِ العبارةَ التاليةَ لتُكوّن عبارةً صائبةً : إذا كانَ المستقيمُ ل$_{١}$ عمودياً على المستقيمِ ل$_{٢}$، فإنَّ ميلَ المستقيمِ ل$_{١}$ × ميلِ المستقيمِ ل$_{٢}$ = ———

تذكر!

من خواصِّ المستطيلِ أنّ فيه كلَّ ضلعينِ متقابلينِ متوازيين ، وزواياهُ قوائمٌ

لاحظ منَ الشكلِ (٦-١) تساوي زاويتيْ ميْلِ المستقيمين ل١ ، ل٢ المتوازييْن .

إذا كانَ ل١ ، ل٢ مستقيمين غيرَ رأسييْنِ ميْلاهُما م١ ، م٢ على الترتيب، فإنَّ :

١) $\overleftrightarrow{ل_١}$ يوازي $\overleftrightarrow{ل_٢}$ ($\overleftrightarrow{ل_١} \parallel \overleftrightarrow{ل_٢}$) إذا كان م١ = م٢ ، والعكسُ صحيحٌ.

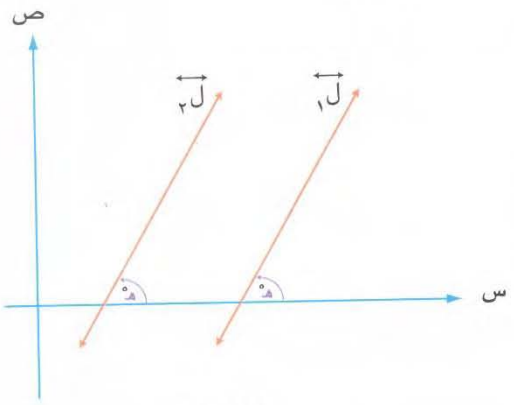
٢) $\overleftrightarrow{ل_١}$ يعامدُ $\overleftrightarrow{ل_٢}$ ($\overleftrightarrow{ل_١} \perp \overleftrightarrow{ل_٢}$) إذا كانَ م١ × م٢ = −١ ، والعكسُ صحيحٌ .

تذكر :

١) مَيْلُ المستقيمِ يساوي ظلَّ زاويةِ ميلِه (م = ظا هـ) .

٢) للمستقيمين المتوازيين زاويةُ الميلِ هـ نفسها.

وإذا كان ل١ ، ل٢ مستقيمين أفقييْنِ، فإنَّ م١ = م٢ = صفراً ، أيْ أنهّما متوازيان، ويكونُ كلٌّ منهما عمودياً على أيِّ مستقيمٍ رأسيٍّ (مثلِ محورِ الصادات). وإذا كان ل١ ، ل٢ مستقيمينْ رأسييْن، فإنَّ ميْليْهما غيْرُ مُعرَّفين رغْمَ أنهما متوازيانِ، ويكونُ كلٌّ منهما عمودياً على أيِّ مستقيمٍ أُفقيٍّ (مثلِ محورِ السيناتِ) .



الشكلُ (٦-١)

تدريب ١

برهنْ أنهُ إذا كان ل١ ، ل٢ مستقيمينْ غير رأسييْنِ ميْلاهُما م١ ، م٢ على الترتيب ، فإنَّ :
ل١ // ل٢ اذا كان م١ = م٢ .

مثال ١

إذا كانتْ أ (٥،٦)، ب (١،٤)، جـ(١٠،٨)، د(٢،٤) ، بيِّنْ أنّ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ د}$ متوازيتان .

فكر :

لماذا يكونُ ميْلُ المستقيمِ الأُفُقيِّ يساوي صفْراً؟
لماذا يكونُ ميلُ المستقيمِ الرَأسيِّ غيرَ معرَّفٍ ؟

الحلُّ

$$\text{ميل } \overline{أ ب} = م_١ = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٦-٤}{٥-١} = \frac{-٢}{-٤} = \frac{١}{٢}$$

$$\text{ميل } \overline{جـ د} = م_٢ = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٨-٤}{١٠-٢} = \frac{-٤}{-٨} = \frac{١}{٢}$$

إذا م١ = م٢ ، أيْ أنّ $\overline{أ ب} \parallel \overline{جـ د}$.

تدريب ٢

إذا كانَتْ أ (٣، −١) ، ب (٢،١) ، جـ (−٥ ، ٧) ، د (−١،١) ، بيّن أنّ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$.

مثال ٢

إذا كانت أ (٢،٤) ، ب (−١ ، ٢) ، جـ (−١ ، ٥) ، د (٢،١) بيّن أن $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$

الحلّ

لِيَكُنْ ميْلُ $\overleftrightarrow{أب}$ = م$_{١}$ ، وميْلُ $\overleftrightarrow{جـ د}$ = م$_{٢}$

$$م_{١} = \frac{٤-٢}{٢+١} = \frac{٢}{٣}$$

$$م_{٢} = \frac{٥-٢}{١-١-} = \frac{٣-}{٢}$$

$$\text{و منه } م_{١} \times م_{٢} = \frac{٢}{٣} \times \frac{٣-}{٢} = ١-$$

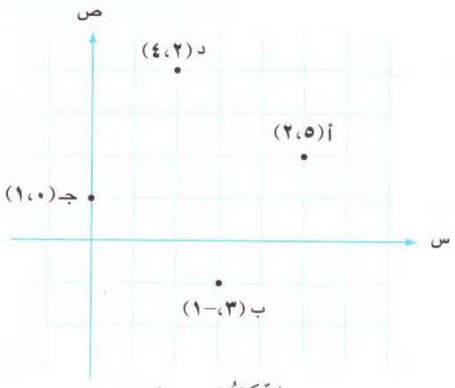
إذاً $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$

تدريب ٣

يمثّلُ الشكلُ (٦−٢) النقاطَ

أ ، ب ، جـ ، د .

بيّن أنَّ الشكلَ الرُّباعيَّ أ ب جـ د مُربَّعٌ.



الشّكلُ (٦−٢)

تمارين ومسائل

(١) اختر رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممَّا يأتي :

١) إذا كانَ المستقيمُ ل$_{١}$ يوازي المستقيمَ ل$_{٢}$، وكانَ المستقيمُ ل$_{٢}$ يمُّر بالنقطتْينِ (−٣ ، ٢)، (٣،−٢) فإنَّ ميْلَ المستقيمِ ل$_{١}$ يساوي :

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{-٣}{٢}$ جـ) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{-٢}{٣}$

٢) اذا كانَ المستقيمُ ل$_{١}$ عمودياً على المستقيمِ ل$_{٢}$، وكان المستقيمُ ل$_{٢}$ يمرُّ بالنقطتْينِ (١،٥)،(٢،٣)، فَإنّ ميْلَ المستقيمِ ل$_{١}$ يساوي:

أ) ٢ ب) −٢ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{-١}{٢}$

(٢) إذا كانت أ (٣،٢) ، ب (٥ ، ص) ، جـ (٢،١) ، د (٣ ،−٢) ، جدْ قيمةَ ص إذا كانَ :

أولاً : $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـد}$ ثانيا : $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـد}$

(٣) جدْ زاويةَ مَيلِ المستقيمِ ل$_{١}$ ، الذي يُعامِدُ المستقيمَ ل$_{٢}$ المارَّ بالنقطتينِ (٤،٠)،(٢،٢) .

(٤) عيّنِ المستقيماتِ المتوازيةَ و المستقيماتِ المتعامدةَ فيما يأتي :

المستقيمُ ل$_{١}$: ص = ٣ س + ١

المستقيمُ ل$_{٢}$: ٩ ص + ٣ س = ٤

المستقيمُ ل$_{٣}$: ٢ ص − ٦ س = ٦

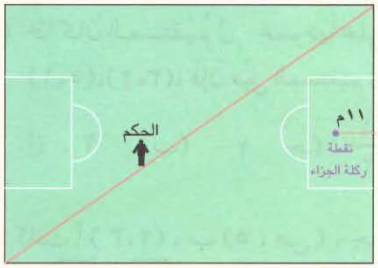
المستقيمُ ل$_{٤}$: س + ٣ ص − ٩ = صفراً .

(٥) باستعمالِ فكرةِ الميْلِ ، بيّنْ أنَّ النّقَطَ أ (٤،٠) ، ب (٢،٢) ، جـ (١،١) هيَ رؤوسُ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ .

(٦) حُلَّ المسألةَ التي وردت في بِدايةِ هذا الدَّرسِ .

٦-٢ البعدُ بينَ نقطةٍ وخطٍّ مستقيمٍ

ما أقصرُ مسافةٍ بينَ نقطةِ ركْلةِ الجزاءِ وحكَمِ المباراةِ ، إذا جَرى حكمُ المباراةِ على خطٍّ مستقيمٍ يمثّلُ قُطرَ ملعبٍ لكرةِ القدمِ مستطيلَ الشكلِ أبعادُهُ ١٠٠م ، ٧٠ م كما في الشكل (٦-٣) ؟



الشّكلُ (٦-٣)

تعلمتَ سابقاً أنَّ المسافةَ بيْنَ نقطتينِ مثل أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) التي تمثّلُ طولَ $\overline{أب}$، تُحْسَبُ باستخدامِ القانونِ :-

$$أ ب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

وأنَّ إحداثييْ منتصَفِ $\overline{أ ب}$ هما $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$

كما تعلمْتَ سابقاً الصِّيَغَ المختلفةَ لمُعادلةِ الخطِّ المستقيمِ ، التي يمكنُ كتابتُها جميعاً على الصورةِ العامّةِ:

أ س + ب ص + جـ = صفراً ، حيث أ ، ب ≠ صفراً في آنٍ معاً .

مثال ١

معادلةُ المستقيمِ ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٣ تكتبُ بالصورةِ العامَّةِ لمعادلةِ المستقيمِ على النحوِ التالي:

٢ ص − س − ٦ = صفراً .

تدريب ١

اكتبِ المعادلاتِ التاليةَ بالصورةِ العامّةِ لمعادلةِ المستقيمِ :

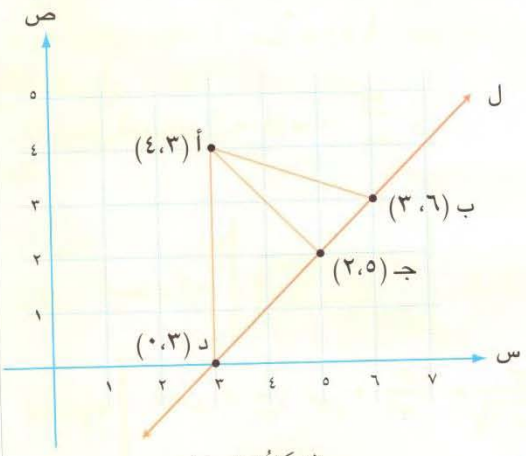
١) ص = ٤ − ٢ س

٢) ص = $\frac{٢}{٣}$ س − ١

والسّؤالُ الآنَ ، كيفَ تجدُ بعدَ نقطةٍ معلومةٍ عنْ مستقيمٍ معلومٍ ؟

نشاط ١

يبيِّنُ الشكلُ (٦−٤) المستقيمَ ل المارَّ بالنقاطِ ب ، جـ ،د ، والنقطةُ أ خارجَ المستقيمِ ل .



الشكلُ (٦−٤)

١) احسبْ طولَ كلٍّ منْ :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{أد}$.

٢) أيُّ القِطعِ المستقيمةِ :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{أد}$ هيَ الأقصَرُ ؟

٣) احسبْ ميلَ المستقيمِ ل .

٤) احسبْ ميلَ كلٍّ منْ :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{أد}$.

٥) أيُّ القِطعِ المستقيمةِ

$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$، $\overline{أد}$ تُعامِدُ المستقيمَ ل ؟

٦) ماذا تستنتجُ ؟

تعريف

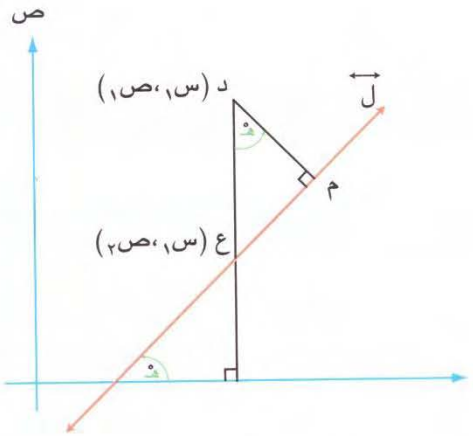
بُعدُ نقطةٍ عنْ مستقيمٍ هوَ أقصرُ مسافةٍ بينَ النقطةِ والمستقيمِ .

ولإيجادِ طولِ العمودِ النّازلِ منَ النقطَةِ د (س١، ص١) على المستقيمِ الذي معادلتُهُ :

أ س + ب ص + جـ = صفراً ، نرسمُ من النقطةِ د عموداً على المستقيمِ ل فيقطعُهُ في النقطةِ م كما في الشكل (٦-٥)، ويكونُ المطلوبُ إيجادَ طولِ $\overline{د م}$.

وبفرضِ أنَّ النقطةَ ع (س١ ، ص٢) هي نقطةُ تقاطُعِ العمودِ النازلِ من النقطةِ د على محورِ السينات معَ المستقيمِ ل الذي معادلتهُ أ س + ب ص + جـ = صفراً ، وبما أنّ ع تَقعُ على المستقيمِ ل فَهيَ تُحقّقُ معادَلَتهُ ، ايْ أنَّ :

أ س١ + ب ص٢ + جـ = صفراً



الشّكلُ (٦-٥)

ومنهُ ص٢ = $\frac{-أ}{ب}$ س١ − $\frac{جـ}{ب}$

ولكنْ د ع = ص١ − ص٢ .

ومنهُ د ع = ص١ + $\frac{أ}{ب}$ س١ + $\frac{جـ}{ب}$

د م = | د ع × جتا هـ | ،حيثُ هـ زاويةُ ميلِ المستقيمِ ل . لماذا ؟

ولكن ميْلُ المستقيمِ ل = ظا هـ = $\frac{-أ}{ب}$ ، لماذا ؟

ومنه | جتا هـ | = $\left|\frac{ب}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}}\right|$ ، لماذا ؟

إذاً د م = $\left|(ص_١ + \frac{أ}{ب} س_١ + \frac{جـ}{ب}) \times \frac{ب}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}}\right|$

= $\left|\frac{أ س_١ + ب ص_١ + جـ}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}}\right|$

وعليه فإنَّ بُعدَ النقطةِ (س$_{١}$ ، ص$_{١}$) عنِ المستقيمِ الذي معادلتُهُ أ س + ب ص + جـ = صفراً يُساوي :

$$\left| \frac{\text{أ س}_{١} + \text{ب ص}_{١} + \text{جـ}}{\sqrt{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}} \right|$$

مثال ٢

جِدْ بُعدَ النقطةِ د (−٥ ، ١) عنِ المستقيمِ ل الذي معادلتُهُ :

٣ س − ٤ ص + ٤ = صفراً .

الحلُّ

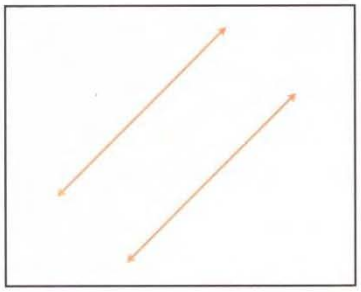
بمقارنةِ معادلةِ المستقيمِ ل بالصورةِ العامَّةِ لمعادلةِ المستقيمِ ، والتعويضِ في قانونِ البُعدِ بينَ نقطةٍ ومستقيمٍ ، تجدُ أنَّ :

بعدَ النقطةِ د عنِ المستقيمِ ل = $\left| \frac{٣(-٥) - ٤(١) + ٤}{\sqrt{٣^{٢} + (-٤)^{٢}}} \right| = \left| \frac{-١٥}{\sqrt{٢٥}} \right| = ٣$ وحدات

تدريب ٢

جِدْ بعدَ النقطةِ د (−١ ، −٣) ، عنِ المستقيمِ ل الذي معادلتُهُ :

$$\text{ص} = \frac{-٣}{٤}\ \text{س} - \frac{٣}{٢}$$



فكِّر :

كيفَ يُمْكِنُكَ إيجادُ البعدِ بينَ مستقيمَيْنِ مُتوازيَيْنِ ؟

مثال ٣

جِدِ البُعدَ بينَ المستقيمينِ المتوازيينِ ل$_{١}$ ، ل$_{٢}$ ، إذا كانتْ :

معادلةُ المستقيمِ ل$_{١}$ هي س − ٣ ص = ١ ، ومعادلةُ المستقيمِ ل$_{٢}$ هيَ س − ٣ ص = ٤ .

الحلُّ

لإيجادِ البعدِ بينَ المستقيمينِ المتوازيَيْنِ ل$_{١}$ ، ل$_{٢}$ ، تُعيَّنُ نقطةٌ مِثْل أ على أحدِهما، وبوضْعِ ص= ٠ ، في معادلةِ المستقيمِ ل$_{١}$: س − ٣ × ٠ =١ ، فإنّ س = ١ ، إذاً النقطةُ (١،٠) تقعُ على المستقيمِ ل$_{١}$.

ثمَّ نجدُ بُعْدَ النقطةِ (١، ٠) عنِ المستقيمِ ل٢ : س − ٣ ص − ٤ = ٠ ،

ومنهُ البعدُ = $\left|\frac{١\times١ - ٣\times٠ - ٤}{\sqrt{١^{٢} + (-٣)^{٢}}}\right| = \left|\frac{-٣}{\sqrt{١٠}}\right| = \frac{٣}{\sqrt{١٠}}$ وَحدةٍ

تدريب ٣

جد البعدَ بينَ المستقيمينِ المتوازيْنِ

$\overleftrightarrow{ل_{١}}$: ٨ س − ٦ ص = −٤

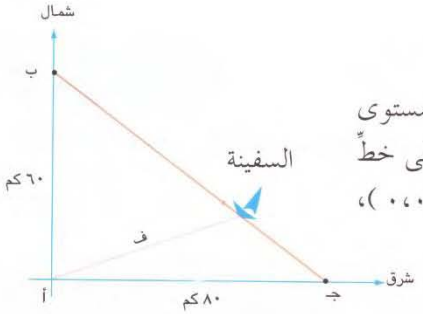
$\overleftrightarrow{ل_{٢}}$: ٤ س − ٣ ص = ١

مثال ٤

انطلقتْ سفينةٌ منْ نقطةٍ جـ تقعُ شرقَ الميناءِ أ ، وتبعدُ عنهُ مسافةَ ٨٠ كم ، وسارتْ على خطٍّ مستقيمٍ في عُرْضِ البحرِ باتجاهِ نُقطةٍ ب تقعُ شمالَ الميناءِ أ ، وتبعدُ عنهُ مسافةَ ٦٠ كم ، جدْ أقصرَ مسافةٍ بينَ السفينةِ والميناءِ أ .

الحلُّ

يبيِّنُ الشكلُ (٦−٦) مسارَ السفينةِ ممثَّلاً في المستوى الاحداثيِّ،وإحداثياتُ نقطةِ انطلاقِهاجـ(٠،٨٠) ، على خطٍّ مستقيمٍ يمرُّ في ب (٠،٦٠) الواقعةِ شمالَ النقطةِ أ (٠،٠)، وعليهِ فإنَّ معادلةَ المستقيمِ ب جـ هيَ :



الشكلُ (٦−٦)

$$\frac{ص - ٠}{س - ٨٠} = \frac{٠ - ٦٠}{٨٠ - ٠}$$

أيْ أنَّ: ٤ ص + ٣ س − ٢٤٠ = ٠ ، هيَ معادلةُ خطٍّ مستقيمٍ يُمثِّلُ مسارَ السفينةِ ، فتكونُ أقصرُ مسافةٍ بيْنَ السفينةِ والنقْطةِ أ هيَ (ف) ، التي تمثِّلُ بعدَ أ عنْ هذا المستقيمِ

أيْ أنَّ ف = $\left|\frac{٤\times٠ + ٣\times٠ - ٢٤٠}{\sqrt{١٦ + ٩}}\right|$

= $\frac{٢٤٠}{٥}$

= ٤٨ كم

تمارين ومسائل

١) جِدْ بُعْدَ النقطَة (−١،٢) عن المستقيمِ الذي معادلتُهُ ٦ س = ٢١−٨ ص .

٢) جِدْ بُعْدَ النقطَة (٤،٤) عن المستقيمِ المارِّ بنقطة الأصلِ وميلهُ يُساوي $\frac{٤}{٣}$.

٣) جِدْ بُعْدَ النقطَة (٥،٢) عن المستقيمِ الذي مُعادلتُهُ س = −٢.

٤) جِدْ بُعْدَ نقطة الأصلِ عن المستقيمِ الذي معادلتُهُ ص = ٣.

٥) جِدْ بُعْدَ النقطَة (٠،−٢) عن المستقيمِ المارِّ بالنقطتين أ (١ ، −١) ، ب (٣،٥).

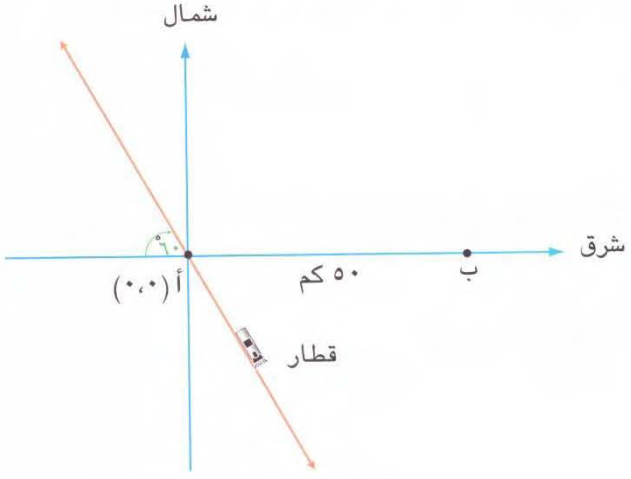
٦) جد البعدَ بينَ المستقيمَيْنِ المتوازيَيْنِ $\overleftrightarrow{ل_١}$: ٤ ص − ٣ س = ٢ ، $\overleftrightarrow{ل_٢}$: ٤ ص − ٣ س = ٥

٧) إذا كانتْ أ (١،٢) ، ب (−٣ ،−١) ، جـ (٣ ، −٢) ، فجدْ مساحةَ المثلَّث أ ب جـ .

٨) باستخدامِ قانونِ البُعدِ بينَ نقطةٍ ومستقيمٍ ، بيِّنْ أنَّ النقطَةَ (١ ،−١) تقعُ على المستقيمِ س + ٣ ص + ٢ = ٠ .

٩) حُلَّ المسألةَ التي وردتْ في بدايةِ هذا الدرسِ .

١٠) يبينُ الشكلُ (٦−٧) مسارَ قطارٍ على خطٍّ مستقيمٍ لسكّةٍ حديديَّةٍ تمرُّ في المحطة (أ) جِدْ أقصرَ مسافةٍ بينَ القطارِ والمحطَّةِ (ب) التي تقعُ شرقَ المحطَّةِ (أ) وتبعُدُ عنها مسافة ٥٠ كم.



الشّكلُ (٦−٧)

٦-٣ خصائصُ المثلَّثِ (١)

سبقَ أنْ درستَ بعضَ الخصائصِ الهندسيّةِ للمثلثِ ، وتعلمتَ التحقُّقَ منْ صحتِّها بالاستفادةِ منْ تشابهُ المثلثاتِ أوْ تَطابُقِها ، وسْوفَ تتعلمُ الآنَ إثباتَ صحةِ نظرياتٍ متعلقةٍ ببعضِ خصائصِ المثلّثِ بالاستفادةِ ممَّا تعلمتَه في الهندسةِ التَّحليليَّةِ .

نظرية:

طولُ القطعَةِ المستقيمَةِ الواصلةِ بيْنَ منْتصَفَيْ ضلعينِ في مثلّث،يُساوي نصفَ طولِ الضلْعِ الثالثِ.

يمكنُكَ إثباتُ صحّةِ هذهِ النظريَّةِ على النّحوِ الآتي:

المُعطياتُ

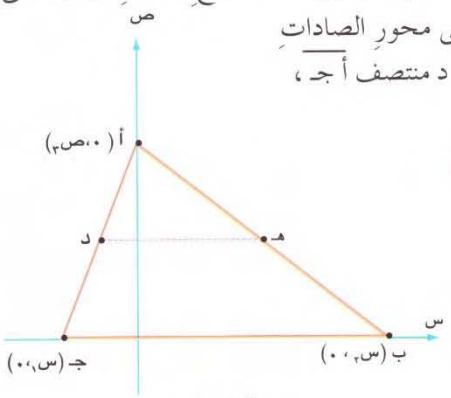
أ ب جـ مثلثٌ فيه هـ ، د منتصفا كلٍّ منْ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ على التوالي.

المطلوبُ

إثباتُ أنَّ طولَ $\overline{هـ د}$ يساوي نصفَ طولِ الضِّلْعِ $\overline{ب جـ}$.

البُرهانُ

يمكنُكَ اختيارُ نظامِ الإحْداثياتِ في المستوى ، بحيثُ ينْطبقُ أحدُ أضلاعِ المثلثِ أ ب جـ على محْورِ السيناتِ ، ولْيكنْ $\overline{ب جـ}$ ، ويقعُ الرأسُ أ على محورِ الصاداتِ كمَا في الشكلِ (٦-٨) . ولْتكنْ هـ مُنتصفُ $\overline{أ ب}$، د منتصف $\overline{أ جـ}$ ،



الشكلِ (٦-٨)

أيْ أنّ هـ $\left(\frac{س_٢}{٢} ، \frac{ص_٣}{٢}\right)$ ، د $\left(\frac{س_١}{٢}، \frac{ص_٣}{٢}\right)$

ب جـ $= \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (٠ - ٠)^٢}$

$= |س_٢ - س_١| = س_٢ - س_١$

$$هـ د = \sqrt{\left(\frac{س_٢ - س_١}{٢}\right)^٢ + \left(\frac{ص_٣ - ص_٣}{٢}\right)^٢}$$

$$= \sqrt{\frac{(س_٢ - س_١)^٢}{٤}}$$

$$= \frac{١}{٢}\left|س_٢ - س_١\right| = \frac{١}{٢}(س_٢ - س_١) = \frac{١}{٢} \times ب جـ ، وهُو المطلوبُ$$

تدريب ١

إذا كانتِ النقاطُ أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) جـ (س٣ ، ص٣) رؤوسَ المثلثِ أ ب جـ، فبْرهنْ أن القِطعةَ المستقيمةَ الواصلةَ بينَ منتصَفي الضلعينِ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ توازي الضِلعَ $\overline{ب جـ}$.

مثال ١

أ ب جـ مثلثٌ ، حيثُ أ (١،٣) ، ب (٢،٥)، جـ (٤ ، −١)،جدْ طولَ القطعةِ الواصلةِ بينَ منتصفيْ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$.

الحلُّ

بالاعتمادِ على النظريَّةِ السابقةِ ، فإنَّ طولَ القطعةِ الواصلةِ بينَ منتصفَي $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ} = \frac{١}{٢} \times ب جـ$

$$= \frac{١}{٢} \times \sqrt{(٤ - ٢)^٢ + (-١ - ٥)^٢}$$

$$= \frac{١}{٢} \times \sqrt{٣٦ + ٤} = \frac{١}{٢} \times \sqrt{٤٠} = \frac{١}{٢} \times \sqrt{١٠ \times ٤}$$

$$= \frac{١}{٢} \times ٢\sqrt{١٠} = \sqrt{١٠} \text{ وَحدْةٍ}$$

تدريب ٢

أ ب جـ مثلثٌ ، فيه أ (−١، ٠) ، ب (٥،٠) ، جـ (٤،−١)

١) جدْ طولَ القطعةِ الواصلةِ بيْنَ منتصفيْ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$

٢) بيّنْ أنَّ القطعةَ الواصلةَ بينَ منتصفَي $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، تُوازي $\overline{أ جـ}$.

تمارين ومسائل

١) إذا كانتْ أ (١ ، ٤) ، ب (٥ ، ٢) ، جـ (٦ ، -١) رؤوسَ مثلّث:

أ) جدْ طولَ القطعةِ الواصلةِ بيْنَ منتصفَيْ $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$.

ب) بيّنْ أنَّ القطعةَ الواصلةِ بيْنَ منتصفَيْ $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ توازي $\overline{أ جـ}$

٢) إذا كانت أ (٠ ، ٠) ، ب (٢ ، ٥) ، جـ (-١ ، ١) رؤوسَ مثلّث، وكانتِ النقاطُ د ، هـ ، و ، منْتصفاتِ الأضلاعِ $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$ على التّوالي، جدْ محيطَ المثلّثِ د هـ و .

٣) أ ب جـ مثلثٌ ، فيهِ د (٦ ، ٢) مُنْتصفُ $\overline{أب}$ ، هـ (٢ ، ٥) منتصفِ $\overline{ب جـ}$ ، و(٦ ، ٥) منتصَف $\overline{أ جـ}$ ، جِدْ محيطَ المثلثِ أ ب جـ .

٤) أ ب جـ مثلثٌ فيهِ أ (٤ ، ٥) ، ب (٨ ، ٣) ، جـ (١ ، ٢) :

أ) بيّنْ أنَّ المثلثَ أ ب جـ مُتساوي الساقَيْن .

ب) بيّنْ أنَّ القطعةَ الواصلَةَ بيْنَ الرأسِ أ ومنتَصَفِ الضّلْعِ $\overline{ب جـ}$ عموديةٌ على هذا الضلعِ .

أضف إلى معلوماتك

العالمُ العربيُّ (ثابتُ بنَ قُرَّةَ)

هوَ ثابتُ بنُ قرةَّ وكنيتهُ أبو الحَسَنِ ، ولِدَ في حرّانَ سنة ٢٢١ هـ ، وامْتهنَ الصيْرفةَ ، كمَا اعتنقَ مذهبَ الصابئة ، نزحَ منْ حرّانَ إلى كفرتوما ، حيثُ التقى الخوارزميَّ الذي أُعجْبَ بعلمِ ثابتٍ الواسعِ وذكائهِ النادرِ ، وقَدْ قدمّهُ الخوارزميُّ إلى الخليفةِ المعتَضدِ ، وكانَ المعتضدُ يميلُ إلى أهلِ المواهبِ ويخصُّ أصحابَها بعطفهِ وعطاياهُ ، ويعتبرهم منَ المقرَّبين إليه.

ويُروى أنَّهُ أقْطَعَ ثابتَ بنَ قُرَّةَ ، كمَا أقْطعَ سواهُ منْ ذوي النبوغِ ، ضياعاً كثيرةً ، وقدْ تُوفيَ ثابت في بغدادَ سنةَ ٢٨٨ هـ .

أحبَّ ثابتٌ العلمَ، لا طمعاً في كسبٍ يجنيهِ ولا سعْياً وراءَ شُهرةٍ تُعليه ، إنّما أحبّهُ لأنهُ رأى في المعْرفةِ مصدرَ سعادةٍ كانتْ تتوقُ نفسُهُ إليْها . ولمَّا كانَتِ المعرفةُ غيرَ محصورةٍ في حقلٍ منْ حقولِ النشاطِ الإنسانيِّ ، ولمَّا كانتْ حُقولُ النشاطِ الإنسانيِّ مُنفتحةً على بعْضِها بعضاً، فإنَّ فُضولَ ثابتِ بنِ قرّةَ حملهُ على ارتيادِها كلِّها ، مضيفاً إلى تُراثِ القدامى ثمارَ عبْقريتهِ الخلاقةِ .

مهَّدَ ثابتُ بنُ قرَّةَ لحسابِ التكامُلِ ولحسابِ التفاضُلِ ، وفي مضمارِ علمِ الفلكِ ، يؤْثرُ أنهُ لمْ يخطئْ في حسابِ السنةِ النجميْةِ إلا بنصفِ ثانيةٍ ، كما يُؤْثرُ اكتشافهُ حركتينِ لنقطتي الاعتدالِ، إحداهما مُستقيمةٌ والأخرى متقَهْقرةٌ .

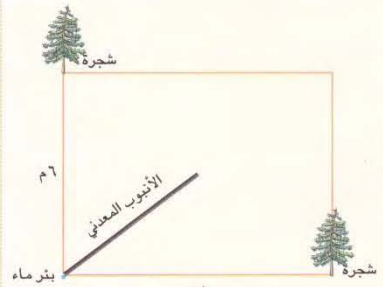
ولثابتٍ أعمالٌ جليَّةٌ وابتكاراتٌ مُهمةٌ في الهندسةِ التحليليَّةِ التي تطبِّقُ الجبرَ على الهندسةِ ، ويُعزى إليهِ العثورُ على قاعدةٍ تُستخدَمُ في إيجادِ الأعدادِ المتحابةِ ، كما يُعزى إليهِ تقسيمُ الزاويةِ ثلاثةَ أقسامٍ متساويةٍ بطريقةٍ تختلفُ عن الطرُقِ المعروفةِ عندَ رياضيي اليونانِ .

للمزيدِ من المعلوماتِ عنْ علماءِ العربِ والمسلمينَ الذينَ أسْهموا في الهندسةِ التحليليَّةِ ، ارجعْ إلى: www.alargam.com

٦-٤ خصائصُ المثلّثِ (٢)

زرعَ أبو عليٍّ شجرتينِ عندَ رأسيْ زاويتي حديقةِ منزلهِ مستطيلةِ الشكلِ ، التي أبعادُها كما هوَ مبينٌ في الشكلِ (٦-٩).

أراد أبو عليٍّ أنْ يمُدَّ أنبوباً معدنياً مستقيماً لريّ الشجرتين، بحيثُ يتصلُ أحدُ طرفي الأنبوبِ ببئرِ الماءِ ويكونُ الطرفُ الآخرُ للأنبوبِ عندَ مُنتصفِ المسافةِ بينَ الشجرتين ، فكمْ يبلُغُ طولَ هذا الأنبوبِ المعدنيِّ ؟



الشّكلُ (٦-٩)

على ورقٍ للرسمِ البيانيِّ، عيِّنْ النقاطَ أ (٢،١٠)، ب (٢،٢)، جـ (٢،٨)، ثمَّ صِلْ بينْ النقاطِ الثلاثِ للحصولِ على المثلثِ أ ب جـ ، وأجب عنِ الأسئلةِ الآتية :

١) ما نوعُ المثلثِ أ ب جـ ؟ و لماذا ؟

٢) ما طولُ الضلعِ $\overline{أجـ}$؟ وماذا يُسمَّى هذا الضلعُ في المثلث أ ب جـ ؟

٣) اذا كانتْ النقطةُ د تنصِّفُ الضلعَ $\overline{أجـ}$ ، فما إحداثيا د ؟

٤) ما طولُ القطعةِ المستقيمةِ الواصلةِ بينَ د والرأسِ ب ؟

٥) قارنْ بينَ أ جـ ، د ب ، ماذا تستنتجُ ؟ دوِّنْ ما توصلتَ إليهِ .

نظرية:

طولُ القطعةِ المستقيمةِ الواصلةِ بينَ رأسِ القائمةِ ومنتصفِ الوترِ في المثلثِ القائمِ الزاويةِ ، يُساوي نصفَ طولِ الوترِ

المعطيات

أ ب جـ مثلثٌ قائمُ الزاويةِ في ب ، والنقطةُ د منتَصفُ الوتر $\overline{أجـ}$.

المطلوبُ

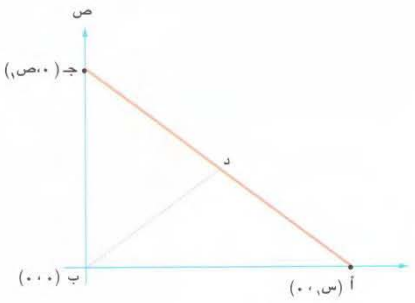
إثباتُ أنَّ طولَ القطعةِ $\overline{بد}$ يساوي نصفَ طولِ الوترِ $\overline{أجـ}$.

البرهانُ

يمكنكَ اختيارُ نظامِ الإحداثياتِ في المستوى ، بحيثُ يقعُ الرأسُ ب على نقطةِ الأصلِ ، وضلعا

القائمةِ أ ب ، ب جـ على مُحوريْ السيناتِ والصاداتِ على التوالي ،كما في الشكلِ (٦-١٠)

إذاً النقطَةُ د هيَ $\left(\frac{س_١}{٢}، \frac{ص_١}{٢}\right)$



الشكلِ (٦-١٠)

طولُ الوترِ أ جـ $= \sqrt{(٠ - س_١)^٢ + (ص_١ - ٠)^٢}$

$= \sqrt{س_١^٢ + ص_١^٢}$

وطولُ ب د $= \sqrt{\left(\frac{س_١}{٢} - ٠\right)^٢ + \left(\frac{ص_١}{٢} - ٠\right)^٢}$

$= \sqrt{\left(\frac{س_١^٢}{٤} + \frac{ص_١^٢}{٤}\right)}$

$= \sqrt{\frac{١}{٤}(س_١^٢ + ص_١^٢)}$

$= \frac{١}{٢} \times \sqrt{س_١^٢ + ص_١^٢} = \frac{١}{٢} \times$ طولِ الوترِ أ جـ وهو المطلوبُ

مثـــال ١

أ (٢،٤) ، ب (١،٢) جـ (٦،١) رؤوسُ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ في ب ، جدْ طولَ القطعةِ الواصلةِ بينَ رأسِ القائمةِ ومنتصفِ الوترِ .

الحلّ

لِتكُنْ هـ نقطةَ منتصفِ الوترِ أ جـ ، فيكونُ المطلوبُ طولَ هـ ب .

ولكنْ هـ ب $= \frac{١}{٢} \times$ طولِ الوترِ أ جـ

$= \frac{١}{٢} \sqrt{(٦ - ٢)^٢ + (١ - ٤)^٢}$

$= \frac{١}{٢} \sqrt{٤^٢ + (-٣)^٢}$

$= \frac{١}{٢} \sqrt{١٦ + ٩}$

$= \frac{١}{٢} \sqrt{٢٥} = \frac{٥}{٢}$ وحدةٍ

تدريب ١

إذا كانَ أ ب جـ مثلثاً قائمَ الزاويةِ في ب، د منتصفَ $\overline{أ جـ}$ ، بحيثُ أنَّ ب (−١، ٥) ، د (٤ ، −٢)، فما طولُ $\overline{أ جـ}$ ؟

مثال ٢

إذا كانَ أ ب جـ مثلثاً قائمَ الزاويةِ في أ، وكانتْ د منتصفَ $\overline{ب جـ}$، بحيثُ أنَّ أ (١ ،٥)، د (٢،٦)، فما طولُ الوترِ $\overline{ب جـ}$ ؟

الحل

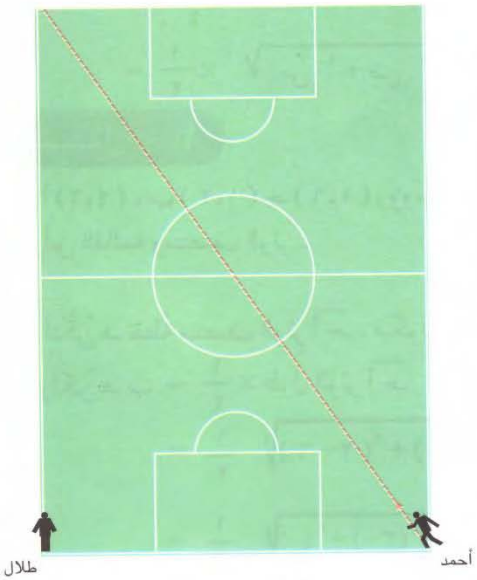
$$أ د = \sqrt{(٢ - ١)^{٢} + (٦ - ٥)^{٢}} = \sqrt{٢}$$

ولكن $أ د = \frac{١}{٢}$ ب جـ ، إذاً ب جـ = ٢ × أ د = $٢\sqrt{٢}$ وحدةٍ

تدريب ٢

يوضِّحُ الشكلُ (٦−١١) ملعباً لكرةِ القدمِ في إحدى المدارسِ .

إذا كانَ الملعبُ مستطيلَ الشَّكْلِ ، أبعادُهُ ١٠٠ متر ، و ٧٠ متراً ، وجرى الطالبُ أحمدُ على خطٍ مستقيمٍ منطلقاً منْ رأسِ إحدى زوايا الملعبِ نحوَ رأسِ الزاويةِ المقابلةِ لها ، في حين وقفَ زميلُهُ طلالُ عندَ رأسِ زاويةٍ أخرى كما في الشكل . فكمْ تكونُ المسافةُ بينَ أحمدَ وطلالٍ عندما يقطعُ أحمدُ نصفَ المسافةِ بينَ رأسَيْ الزاويتيْنِ المتقابلتينِ ؟



الشكل (٦−١١)

تمارين ومسائل

١) إذا كانَ أ ب جـ مثلثاً قائمَ الزاوية في ب، وكانتْ د منتصفَ $\overline{أ جـ}$، بحيثُ أنّ ب (−١،٢)، د (٣،٧)، فما طولُ الوتَرِ في المثلّثِ أ ب جـ .

٢) إذا كانَ أ ب جـ مثلثاً قائمَ الزاوية في ب ، وكانتْ د منتصفَ $\overline{أ جـ}$ ، بحيثُ أنَّ أ (−١ ، ٣)، ب(١ ، ١) ، جـ (−١ ،−١) ، جدْ طولَ $\overline{ب د}$.

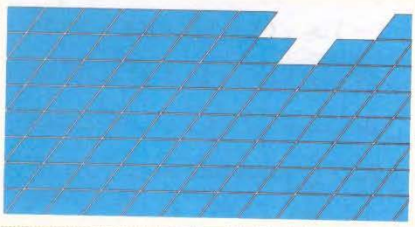
٣) إذا كانتْ أ (٢ ،٤) ، ب (٠ ، ٣) ، جـ (١،١) رؤوسُ مثلثٍ ، أثبتْ باستخدامِ الميْلِ أنَّ هذا المثلثَ قائمُ الزاوية ، ثمَّ احسبْ طولَ القطعةِ الواصلةِ بينَ رأسِ القائمةِ ومنتصفِ الوتَرِ .

٤) إذا كانَ أ ب جـ مثلثاً متساويَ الساقينِ فيه أ ب = أ جـ ، وكانتْ د منتصفَ $\overline{ب جـ}$ ، هـ منتصفَ $\overline{أ ب}$ حيثُ د (٢ ،١) ، هـ (٣ ، ٥) ، فما طولُ $\overline{أ ب}$ ؟ .

٥) إذا كانَ أ ب جـ مثلثاً قائمَ الزاويةِ في ب ، فيه أ ب = ٥سم ، ب جـ = ١٢ سم ، وإذا كانتْ النقطةُ د منتصفَ $\overline{أ جـ}$ ، فما طولُ $\overline{د ب}$ ؟

٦) حُلَّ المسألةَ التي وردتْ في بدايةِ هذا الدرْسِ .

٦-٥ خصائصُ متوازي الأضلاعِ



يَستخدمُ عاملُ التبليطِ بلاطَ السيراميكِ لتغطيةِ جدرانِ المَطبخِ ، وقدْ صُنعتْ كلُّ قطعةٍ منْ قطعِ البلاطِ المتطابقةِ على شكلٍ متوازي أضلاعٍ . أرادَ عاملُ التبليطِ عملَ ثقبٍ في نقطةٍ تتوسطُ إحدى البلاطاتِ تماماً ، فهل يمكنكَ مساعدتُهُ في تحديدِ نقطةِ الثقبِ ؟

على ورقٍ للرسمِ البيانيِّ عينْ النقاطَ أ (٤،٧) ، ب (٣،٢) ، جـ (٢،٥) ، د (٦،٧) ، ثمّ صلْ بينَ النقاطِ الأربعِ لتحصلَ على الشكلِ الرباعيِّ أ ب جـ د ، وأجبْ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

١) باستخدامِ الميْلِ بيّنْ أنَّ كلَ ضلعينِ متقابلينِ في الشكلِ الرباعيِّ أ ب جـ د متوازيينِ .

٢) هلْ يمكنُ اعتبارُ الشكلِ الرباعيِّ أ ب جـ د مستطيلاً ؟ ولماذا ؟

٣) ماذا تُسمي الشكلَ الرباعيَّ أ ب جـ د ؟

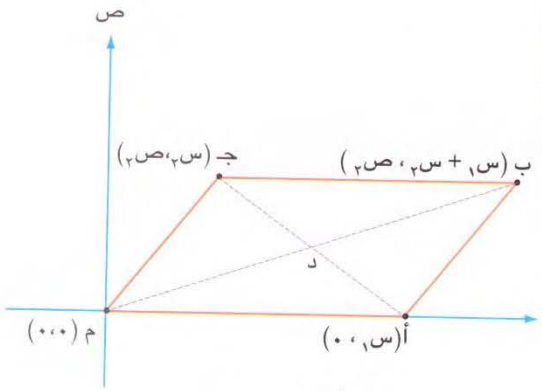
٤) جدْ إحداثييْ نقطةِ منتصفِ القطرِ $\overline{أ جـ}$.

٥) جدْ إحداثييْ نقطةِ منتصفِ القطرِ $\overline{ب د}$.

٦) ماذا تستنتجُ ؟ دوّنْ ما توصلتَ إليهِ .

نظرية

قُطرا متوازي الأضلاعِ ينصّفُ كلٌّ منهما الآخرَ .



الشكل (٦-١٢)

المعْطَياتُ

أ ب جـ م متوازي أضلاعٍ يتقاطعُ قطراه $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب م}$ في النقطةِ د .

المطلوب

إثباتُ أنَّ النقطةَ د هيَ منتصفُ كلٍّ منْ $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب م}$.

البرهانُ

يمكنُكَ اختيارُ نظامِ الإحداثياتِ في المستوى ، بحيثُ ينطبقُ أحدُ أضلاعِ متوازي الأضلاعِ على محورِ السيناتِ ويقعُ أحدُ الرؤوسِ ، ولْيكنْ م ، على نقطةِ الأصلِ كما في الشكلِ (٦-١٢).

الإحداثيُّ السينيُّ للنقطةِ ب هوَ :

$س_٢ + ب جـ = س_٢ + أ م = س_٢ + س_١$ لماذا ؟

والإحداثيُّ الصاديُّ للنقطةِ ب هوَ $ص_٢$

إذاً ب $(س_١ + س_٢ ، ص_٢)$

ومنه ، إحداثيا منتصَفُ القطرِ $\overline{ب م}$ هما :

$$\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_٢}{٢} \right)$$

إحداثيا منتصَفُ القطرِ $\overline{أجـ}$ هما :

$$\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_٢}{٢} \right)$$

إذاً نقطةُ المنتصفِ للقطرِ $\overline{ب م}$ هيَ نقطةُ منتصفِ القطرِ $\overline{أجـ}$ ، وهي النقطةُ د نفسُها .

إذاً القطران $\overline{ب م}$ ، $\overline{أجـ}$ ينصفُ كلٌّ منهما الآخرُ ، وهو المطلوبُ .

مثال ١

إذا كانَ أ ب جـ د متوازيَ أضلاعٍ ، بحيثُ أ (٢ ، ٠) ، وكانتْ هـ (٥،٤) نقطةُ تقاطعِ قُطريه، جدْ طولَ القطرِ $\overline{أجـ}$.

الحلُّ

$أجـ = ٢ \times أهـ = ٢ \times \sqrt{(٥ - ٢)^٢ + (٤ - ٠)^٢}$

$= ٢ \times \sqrt{٩ + ١٦} = ٢ \times ٥ = ١٠$ وحداتٍ .

تدريب ١

برهنْ باستخدامِ الهندسةِ الإحداثيةِ أنَّ " طولَ القطعةِ الواصلةِ بينَ منتصفيْ الضلعينِ غيرِ المتوازيينِ في شبهِ المُنحرِفِ ، يساوي نصفَ مجموعِ طوليْ القاعدتينِ المتوازيتينِ فيه "

تدريب ٢

إذا كانَ أ ب جـ د متوازيَ أضلاعٍ ، بحيثُ أ (٢، ٤) ، ب (−٣ ، ٢) ، وكانتْ هـ (−٦، −٢) نقطةُ تقاطُعِ قطريه، جدْ طولَ كلٍّ منَ القطرين .

مثال ٢

إذا كانَ أ ب جـ د متوازيَ أضلاعٍ ، بحيثُ أ (−١ ، −١) ، ب (٣ ، ١) جـ (٢ ، ٢) ، د (−٢ ، ٠) جدْ بعدَ نقطةِ تقاطعِ قُطْرَيْهِ عنِ الضلعِ $\overline{أ ب}$.

الحلُّ

لتكنْ هـ نقطةَ تقاطعِ القطريْنِ $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب د}$

إذاً إحداثيا هـ هُما إحداثيا منتصَفِ $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب د}$

ومنه هـ $\left(\frac{-١ + ٢}{٢} ، \frac{-١ + ٢}{٢} \right)$ أو هـ $\left(\frac{٣ - ٢}{٢} ، \frac{٠ + ١}{٢} \right)$

أيْ أنَّ هـ $\left(\frac{١}{٢} ، \frac{١}{٢} \right)$

ولإيجادِ بعدِ هـ عنْ الضلعِ $\overline{أ ب}$ ، نجدُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ في أ (−١ ، −١) ، ب (٣ ، ١)

وهي $\frac{ص + ١}{س + ١} = \frac{١ + ١}{١ + ٣} = \frac{١}{٢}$

أيْ أنَّ ٢ ص + ٢ = س + ١ ، ومنه ٢ ص − س + ١ = صفراً

وحسبُ قانونِ البُعْدِ بينَ نقطةٍ معلومةٍ ومستقيمٍ معلومٍ ، فإنَّ بعدَ هـ عنِ الضلعِ $\overline{أ ب}$ يُساوي

$$= \frac{\frac{٣}{٢}}{\sqrt{٥}} = \left| \frac{-١ \times \frac{١}{٢} + ٢ \times \frac{١}{٢} + ١}{\sqrt{(-١)^{٢} + (٢)^{٢}}} \right| = \frac{٣}{\sqrt{٥}\sqrt{٢}} \text{ وحدة}$$

تدريب ٣

إذا كانَ أ ب جـ د متوازيَ أضلاعٍ ، بحيثُ أ (١ ، ٥) ، ب (٢ ، −١) ، جـ (−١ ، ٤) جدْ بعدَ نقطةِ تقاطُعِ قطريْهِ عن الضِّلعِ $\overline{أ ب}$

تدريب ٤

إذا كانَ أ ب جـ د شبهَ منحرفٍ ، فيه $\overline{ب جـ}$ // $\overline{أ د}$ ، ب (٠ ، ٤) ، جـ (٣ ، ٤) ، وكان أ د = ٦ وحداتٍ ، فما طولُ القطعةِ الواصلةِ بينَ منتصفَيْ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ د}$ ؟

تمارين ومسائل

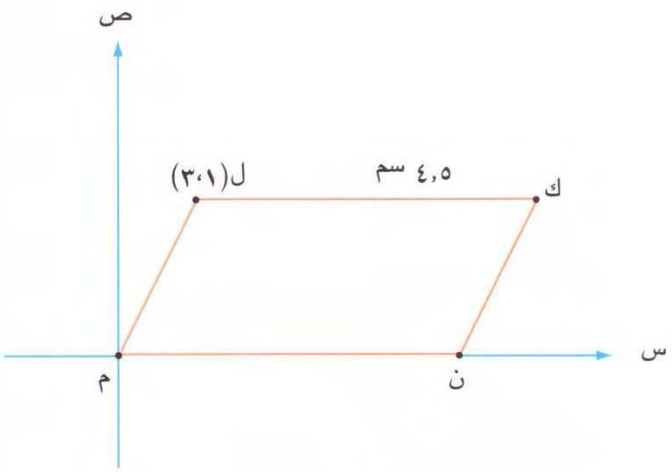
١) جدْ إحداثييْ نقطةِ تقاطعِ قطريْ متوازي الأضلاعِ أ ب جـ د ، اذا كانت أ (١،٣) ، جـ (٤ ، ٥)

٢) إذا كانَ أ ب جـ د متوازيَ أضلاعٍ ، بحيثُ ب (٣ ، ٢) ، جـ (٢، ٥) ، د (٦،٧)، جدْ بعدَ نقطةِ تقاطُعِ قطريهِ عنِ الضلعِ $\overline{\text{جـ د}}$.

٣) إذا كانتْ أ (−١،٥) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (٦ ، −٢) ، د (٠،٢) ، بيّنْ أنّ الشكلَ أ ب جـ د متوازيَ أضلاعٍ ، ثمَّ جدْ إحداثييْ نقطةِ تقاطعِ قطريهِ.

٤) إذا كانَ أ ب جـ د متوازيَ أضلاعٍ ، بحيثُ أ (١ ، ١) ، ب (٢ ، ٤) ، جـ (−٣،٥) ، وكانتْ هـ نقطةَ تقاطُعِ قطريهِ ، وكانت م منتصفَ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، فما طولُ القطعةِ $\overline{\text{هـ م}}$.

٥) يبينُ الشكلُ (٦−١٣) متوازيَ الأضلاعِ ك ل م ن . اعتمدْ على هذا الشكلِ لإيجادِ إحداثييْ نقطةِ تقاطعِ قطريهِ .



الشكلَ (٦−١٣)

نشاط ٢

ارسُمِ الشَّكْلَ الرباعيَّ أ ب جـ د في المستوى الإحداثيِّ لكلٍّ ممَّا يأتي ، ثُمَّ ادرسْ خصائِصَهُ وصنفْ كلاً منها إلى : متوازي أضلاعٍ أو مستطيلٍ أو مربعٍ أو شبهِ منحرفٍ أو معينٍ ، حسبَ خصائصِ كلِّ شكلٍ :

١) أ (−٢ ، ١) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ (٢ ، ٠) ، د (−٣ ، −١)

٢) أ (−٤ ، ٥) ، ب (٣ ، ٥) ، جـ (٣ ، −٢)، د (−٤ ، −٢)

٣)أ (٠ ، ٢) ، ب (٤ ، ٤) ، جـ (٢ ، ١) ، د (٠ ، ٠)

٤) أ (٤ ، ٢) ، ب (−٢ ، ٤) ، جـ (−٣ ، ١) ، د (٣ ، −١)

مراجعة

١) إذا كانت أ (٣ ، ١)، ب (−٣ ، ٣)، جـ (−٨ ،−٣)، د (−٢، −٥)،
أ) بيّنْ أنَّ الشكلَ الرباعيَّ أ ب جـ د متوازيَ أضلاعٍ .
ب) جدْ إحداثيي نقطةِ تقاطعِ قطريهِ أ جـ ، ب د.
جـ) جدْ بعدَ النقطةِ ب عنِ القطرِ أ جـ .

٢) جدْ بعدَ نقطةِ الأصلِ عنِ المستقيمِ الذي معادلتُهُ ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٤ .

٣) أ ب جـ مثلثٌ ، حيثُ أ (٣ ،٥)، ب (٦ ،٢)، جـ (−٢ ،٢)،
أ) جدْ طولَ القطعةِ الواصلةِ بينَ منتصفيْ أ ب ، أ جـ .
ب) جدْ مساحةَ المثلثِ أ ب جـ .

٤) بيّنْ أنّ المثلثَ الذي رؤوسُهُ أ (٩،−٢)، ب (٢، ٥)، جـ (−٢،١)، قائمُ الزاويةِ ، ثمَّ جدْ طولَ القطعةِ المستقيمةِ الواصلةِ بينَ رأسِ القائمةِ ومنتصفِ الوَتَرِ في هذا المثلثِ .

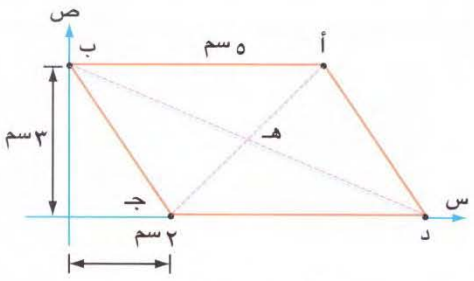
٥) ارسُمِ الشكلَ الرباعيَّ أ ب جـ د ، حيثُ أ (−١، −١)، ب (١،١)، جـ (٥،٩)، د (−٣ ،١)، ثم أجبْ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ :
أ) ماذا تُسمِّي الشكلَ أ ب جـ د (متوازيَ أضلاعٍ أو مستطيلاً أو مربعاً أو شبهَ منحرفٍ أو معيناً)؟ وضّحِ السببَ .
ب) جدْ طولَ س ص الواصلةَ بيْنَ منتصفَيْ أ ب ، ب جـ .
جـ) جدْ طولَ هـ ص الواصلةَ بينَ منتصفَيْ أ د ، ب جـ .

٦) أ ب جـ مثلثٌ فيه د ، هـ نقطتا المنتصفِ للضلعينِ أ ب ، أ جـ على التوالي ، بحيثُ أنَّ د (٢ ،٣)، هـ (−١ ،٢)، فإذا كانتْ و منتصفَ دب ، ن منتصفَ هـ جـ ، جدْ طولَ و ن .

٧) إذا كانتْ أ (٧،٤)، ب (٣ ،٢)، جـ (٢ ،٥)، د (٦،٧)، رؤوسَ متوازي الأضلاعِ أ ب جـ د ، فجدْ البعدَ بينَ كلِّ ضلعينِ متوازيين فيه.

٨) يبينُ الشكلُ (٦ − ١٤) متوازيَ الأضلاعِ أ ب جـ د، فيه هـ نقطةُ تقاطعِ قُطْريهِ . اعتمدْ على هذا الشكلِ لإيجادِ :
أ) إحداثيْ النقطةِ هـ .
ب) بُعدِ النقطةِ هـ عن الضلعِ أ د .

٩) بيّنْ أنَّ المستقيمَ الذي معادلتُهُ ص = س وانعكاسُهُ في محورِ الصاداتِ متعامدان .



الشكلَ (٦-١٤)

اختبار ذاتي

(١) اخترْ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ فيما يأتي :

١) ميلُ المستقيمِ ل١ الموازي للمستقيمِ ل٢ الذي يمرُّ بالنقطتينِ (٢،٥) ،(٤،٩) ، يساوي :

أ) ١ ب) ٢ جـ) −١ د) −٢

٢) ميلُ المستقيمِ ل١ العموديِّ على المستقيمِ ل٢ الذي يمرُّ بالنقطتين (−١،٣)،(٢،−٢)، يساوي:

أ) $\frac{٥}{٣}$ ب) $\frac{-٥}{٣}$ جـ) $\frac{-٣}{٥}$ د) $\frac{٣}{٥}$

٣) إذا كانَ $\overleftrightarrow{ل_١}$ // $\overleftrightarrow{ل_٢}$ ، وكانَ $\overleftrightarrow{ل_١}$ يمرُّ بالنقطتين (−١،٣)، (−١،٥)، $\overleftrightarrow{ل_٢}$ يمرُّ بالنقطتين (٣،٤)، (س١،٦)، فإنَّ قيمةَ س١ هيَ :

أ) −٣ ب) ٣ جـ) −١ د) ١

٤) ميلُ العمودِ النازلِ من أ على $\overline{ب جـ}$ في المثلثِ أ ب جـ، حيثُ أ (٠ ،٢)، ب (−٢ ،−٨)، جـ (٧ ،−٢) ، يساوي :

أ) $\frac{-٣}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ جـ) $\frac{-٢}{٣}$ د) $\frac{٢}{٣}$

٥) بعدُ النقطةِ (٣،١) عنِ المستقيمِ الذي معادلتُهُ ٢ ص + س = ٢ ، يُساوي:

أ) ٥ ب) $\sqrt{٥}$ جـ) ٢ $\sqrt{٥}$ د) ٥ $\sqrt{٥}$

(٢) جد البعدَ بينَ المستقيمينِ الموازيينِ

$\overleftrightarrow{ل١}$: ٢س + ٣ص = ١٠

$\overleftrightarrow{ل٢}$: ٢س + ٣ص = −١

(٣) أ ب جـ مثلثٌ حيثُ أ (٤ ،٦)، ب (−٢ ،−٢) ، جـ (٦،−٨)

أ) بيِّنْ أنَّ المثلثَ أ ب جـ قائمُ الزاويةِ في ب .

ب) جدْ طولَ القطعةِ المستقيمةِ الواصلةِ بينْ منتصفَي $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$.

جـ) جدْ طولَ القطعةِ المستقيمةِ الواصلةِ بينْ رأسِ القائمةِ ومنتصفِ الوترِ في هذا المثلثِ .

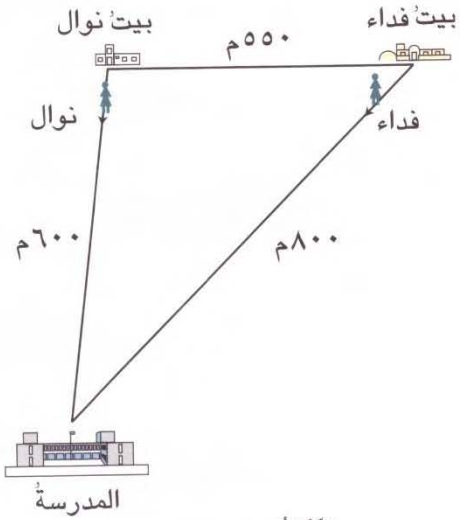
(٤) إذا كانَ أ ب جـ د متوازيَ أضلاعٍ بحيثُ أ (٤ ،٠)، ب (١، ٣) ، وكانتْ هـ ($\frac{٩}{٢}$ ، $\frac{٧}{٢}$)، نقطةُ تقاطعِ قطريهِ ، جدْ طولَ كلٍّ من القطرين.

(٥) ارسمِ الشكلَ الرباعيَّ أ ب جـ د في المستوى الإحداثيِّ لكلٍّ ممّا يأتي ، ثمَّ ادرسْ خصائصَهُ وصنِّفْ كلاًّ منها إلى متوازي أضلاعٍ أو مستطيلٍ أو مربعٍ أو شبهِ منحرفٍ أو معينٍ ، حسبَ خصائصِ الشكلِ :

١) أ (−١، ٦)، ب (٥ ، ٦)، جـ (٣ ، ٤) ، د (−٣ ، ٤).

٢) أ (٤ ، ٣)، ب (٩ ، ٢)، جـ (٤، −٣) ، د (١، ٠) .

(٦) غادرتْ فداءُ في تمامِ الساعةِ السابعةِ صباحاً بيتها متجهةً نحوَ المدرسةِ ، وسارتْ على شارعٍ مستقيمٍ بسرعةِ ٤٠ م / دقيقةٍ ، وفي نفسِ الوقتِ تحركتْ نوالُ منْ بيتها نحوَ المدرسةِ ، وسارتْ على شارعٍ مستقيمٍ آخرَ بسرعةٍ ٣٠ م / دقيقةٍ ، كما في الشكل (٦−١٥) .
كمْ تبلغُ المسافةُ بين فداءَ ونوال بعدَ مرورِ (١٠) دقائقَ من انطلاقِهما ؟



الشّكلُ (٦−١٥)

ملحق(6)

كتاب البراءة البحثية

الجامعة الأردنية
THE UNIVERSITY OF JORDAN

المكتبة
JU Library

الرقم: 351 /2018/98
التاريخ: 2018//12/3

إلى من يهمه الأمر

تحية طيبة، وبعد،،

فإشارة الى طلب الباحثة شادي سليمان حوراني / جامعة الشرق الأوسط.
لمنحها البراءة البحثية للعنوان التالي:

(أثر استخدام برمجية جيوجبرا Geogebra في تنميه مهارات البرهان الرياضي لدى طلاب الصف العاشر الاساسي في مدينة مأدبا)

يرجى العلم أن العنوان الوارد غير متوافر في قاعدة بيانات الرسائل الجامعية في مكتبة الجامعة الأردنية لغاية تاريخ 2018/12/03.

وتفضلوا بقبول فائق الاحترام والتقدير ،،،

مكتبة الجامعة الأردنية

مديرة المكتبة

د.نشروان طه

هاتف- ٥٣٥٥٠٠٠ / ٥٣٥٥٠٩٩ (٦-٩٦٢) فاكس- ٥٣٠٠٨٠٥ (٦-٩٦٢) عمان ١١٩٤٢ الأردن
Tel.: (962-6) 5355000 / 5355099 Fax: (962-6)5300805 Amman11942 Jordan
E-mail: library@ju.edu.jo

ملحق(7)

كتاب تسهيل المهمة

جـامـعـة الـشـرق الأوسـط
MIDDLE EAST UNIVERSITY
Amman - Jordan

مكتب رئيس الجامعة
President`s Office

الرقم: د ر/خ/1681/23
التاريخ : 2019/04/29

معالي الأستاذ الدكتور وليد المعاني الاكرم
وزير التربية والتعليم
عمان - المملكة الأردنية الهاشمية

تحية طيبة وبعد،

يسعدني أن أبعث لمعاليكم بأطيب التحيات وأصدق الأمنيات.

راجياً إعلامكم بأن الباحث **شادي سليمان محمد الحوراني** يقوم بإجراء دراسة ميدانية بعنوان: "**أثر استخدام برمجية جيوجبرا (Geogebra) في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف الأساسي في مدينة مأدبا** " وذلك استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة الماجستير تخصص المناهج وطرق التدريس في جامعة الشرق الأوسط.

يرجى التكرّم بالإيعاز للمدارس الحكومية بتسهيل مهمة تطبيق الباحث لأدوات دراسته؛ وذلك من أجل الإسهام في تحقيق أهداف الدراسة والوصول إلى نتائج دقيقة تهم التربية والتعليم.

ونحن إذ نشكر معاليكم على كل تعاون واهتمام تقدمونه في هذا الشأن، فإننا نؤكد بأن المعلومات التي سيحصل عليها الباحث ستبقى سرّية، ولن تُستخدم إلاّ لأغراض البحث العلمي فقط.

وتفضلوا بقبول فائق الاحترام والتقدير...

رئيس الجامعة
28.4.2019
أ.د.محمد محمود الحيلة

MIDDLE EAST UNIVERSITY

DNV-GL

Tel. (+9626) 4790222 Fax: (+9626) 4129613 P.O.Box. 383 Amman 11831 Jordan e-mail: dir-presdepart@meu.edu.jo www.meu.edu.jo